

文章编号:1671-1637(2020)01-0204-11

## 考虑转向有轨电车线路的干线绿波优化

王 昊,李昌泽

(东南大学 交通学院,江苏 南京 211189)

**摘 要:**为弥补对包含有轨电车的干线绿波优化能力的不足,提出了一种基于多路径绿波模型的干线绿波优化模型,确保干线转向有轨电车与干线直行社会车辆的通行效率与独立运行;确定了转向有轨电车线路的信号相位与干线社会车辆信号相位之间的协调关系,构建了干线绿波模型的基本约束条件;考虑有轨电车停车过程的加、减速特性,以及通过交叉口时清空时间的要求,建立了有轨电车补充约束条件;设置了相位顺序控制变量,增大解空间,提高了干线绿波优化模型的建模能力;设置旅行时间变量,保证社会车辆行驶在路段规定的安全速度之内,确保有轨电车上、下行总旅行时间一致,保障调度运行的高效合理;在满足有轨电车绿波带宽基本要求的条件下,构建了社会车辆绿波带宽最大化的目标函数;应用干线绿波优化模型对南京麒麟镇有轨电车干线路段沿线 4 处交叉口进行了交通信号协调优化。研究表明:干线绿波优化模型能对各交叉口信号相序进行优化,为有轨电车提供包含转弯相位的绿波;优化后干线信号周期为 142.4 s,各交叉口相位差分别为 0、116.8、52.0、5.7 s,单方向社会车辆绿波带宽为 26.6 s,上、下行社会车辆绿信比达到 37.4%,有轨电车绿波带宽为 10 s,满足干线系统交通需求。

**关键词:**交通信号控制;干线信号协调控制;多模式绿波;转向有轨电车;多路径;可变相序

**中图分类号:**U482.1 **文献标志码:**A **DOI:**10.19818/j.cnki.1671-1637.2020.01.017

### Optimization of arterial green-wave considering turning tram lines

WANG Hao, LI Chang-ze

(School of Transportation, Southeast University, Nanjing 211189, Jiangsu, China)

**Abstract:** In order to make up for the lack of ability to optimize the arterial green-wave including trams, an arterial green-wave optimization model based on the multipath green-wave model was proposed, and the efficiency and independent operation of the arterial turning trams and the through social vehicles were ensured. The coordination relationship between the signal phases of tram line and the arterial social vehicle was determined, and the basic constraints of arterial green-wave model were constructed. Considering the acceleration and deceleration characteristics of tram stopping process, as well as the clearance time requirements when passing through the intersection, a supplementary constraint condition for the tram was established. The phase sequence control variables were set, the solution space was enlarged, and the modeling ability of arterial green-wave optimization model was improved. The travel time variables were set to ensure that social vehicles travel within the safe speed specified on the road section, ensure the unity of the total travel time of outbound and inbound trams, and ensure the efficient and reasonable schedule operation. Under the condition of meeting the basic requirements of green-

收稿日期:2019-08-07

基金项目:国家重点研发计划项目(2019YFB1600203)

作者简介:王 昊(1980-),男,江苏高淳人,东南大学教授,工学博士,从事交通流建模与交通信号控制研究。

wave bandwidth of trams, an objective function for maximizing the green-wave bandwidth of social vehicles was constructed. The arterial green-wave optimization model was used to optimize the coordination of traffic signals at 4 intersections along the arterial section of Nanjing Qilin Town tram. Research result shows that the arterial green-wave optimization method can optimize the phase sequence of signals at intersections, and provide for trams a green-wave with a turning phase. The optimized arterial signal cycle is 142.4 s, the phase differences between intersections are 0, 116.8, 52.0, 5.7 s, the green-wave bandwidth of unidirectional social vehicles is 26.6 s. The green signal ratio of outbound and inbound social vehicles reaches 37.4%, and the green-wave bandwidth of tram is 10 s, which meets the traffic requirements of artery system. 6 tabs, 10 figs, 30 refs.

**Key words:** traffic signal control; arterial signal coordination control; multi-modal green-wave; turning tram; multipath; changeable phase order

**Author resume:** WANG Hao(1980-), male, professor, PhD, haowang@seu.edu.cn.

## 0 引 言

有轨电车作为一种便捷快速的公共交通方式,近年来得到了快速发展。为提升公共交通干线的运行效率,应在满足社会车辆通行需求的前提下,保证有轨电车能够快速顺利地通过交叉口,因此,如何通过信号控制合理地为干线有轨电车和社会车辆分配路权,成为解决问题的关键<sup>[1-3]</sup>。

干线信号协调控制是实现上述目标的常用方法,其原理是:通过对信号控制参数进行调整,为有轨电车与社会车辆创建绿波通行条件,使两者均能在绿波带内连续地通过交叉口,从而有效地减少停车次数,提升干线交通系统整体通行效率。

国外在干线绿波设计领域已经取得了较多研究成果。Morgan 等首先应用混合整数线性规划模型进行干线交叉口信号协调优化研究<sup>[4]</sup>;Little 在之前研究基础上建立了经典的干线绿波 MAXBAND 模型,模型对周期、相位差以及相位长度等信号控制参数进行优化,从而获得最大双向绿波带<sup>[5]</sup>;Jeong 等提出了基于 MAXBAND 模型的 TRAMBAND 模型,模型在同一套信号控制方案下同时生成有轨电车绿波以及社会车辆绿波,有效提高了有轨电车通过交叉口的效率<sup>[6]</sup>;Zhang 等以 MAXBAND 模型为基础,提出了分别用于优化干线路段交通信号和区域路网交通信号的 MAXBANDLA 模型和 MAXBANDGN 模型<sup>[7]</sup>;Dai 等将 MAXBAND 模型与公交相结合,得到了能够生成多模式绿波的优化模型<sup>[8]</sup>。

为了改善 MAXBAND 无法考虑各路段交通流量差异的问题,Gartner 等在 MAXBAND 模型的基础上提出了 MULTIBAND 模型,模型放松了对不同路段

绿波带宽需保持一致的限制,获得了可变带宽的双向绿波解<sup>[9]</sup>;为了更好地适应城市干线路网层次的需求,Gartner 等进一步提出了 MULTIBAND-96 模型,纳入了路网闭环约束条件,并利用启发式算法提高了模型求解的效率<sup>[10]</sup>;Zhang 等在 MULTIBAND 模型的基础上进一步减少了对绿波带对称的限制,并且考虑了公交停站时间对绿波带的影响,提出了 AMBAND 模型,模型计算得出的绿波带能更好地适应公共交通的特性<sup>[11]</sup>;Ma 等提出了一种可以允许绿波在需要时被打断的信号优化模型 PMBAND,并能有效降低车辆的行驶延误<sup>[12]</sup>。

除了 MAXBAND 与 MULTIBAND 模型外,国内外学者还提出了一些基于不同方法论的模型。Srinivasan 等利用神经网络中的分布式无监督学习,对区域中不同信号灯的配时数据进行处理,并通过物联网实现状态的共享与实时更新,提出了一种对有限范围内信号协调控制进行优化的模型<sup>[13]</sup>;Lin 等提出了一种基于被动信号优先的高需求公共交通系统信号优化模型<sup>[14]</sup>;Door 提出了一种用于与列车轨道相交的干线信号优化模型,模型通过对列车停站时间与交通信号进行协调控制来提高干线车辆在路口的通过率<sup>[15]</sup>;Shen 等通过纳入对城市特殊交通流的考虑,建立了一种动态信号协调控制模型<sup>[16]</sup>。

国内对于绿波算法的研究一方面集中于对经典的数解法进行改善与加工。路庆昌等提出了一种基于被动公交优先的交叉口信号周期优化模型,不同于多数对车辆的行驶延误进行优化的模型,该模型以单点控制为基础,提出了降低乘客人均延误的周期优化模型<sup>[17]</sup>;周洋帆等提出了用于求解有轨电车信号优先时长阈值的优化模型,给出了适当范围内

为有轨电车提供信号优先的依据<sup>[18]</sup>;江志彬等研究了基于信号被动优先的有轨电车运行图编制优化,提出了针对有轨电车运行的信号配时模型<sup>[19]</sup>;罗聪提出了一种基于主动检测的有轨电车主动信号优先模型<sup>[20]</sup>;吴佳骥等提出了一种基于多属性决策动态与优先控制策略的有轨电车信号优先控制模型<sup>[21]</sup>;袁魁浩等提出了一种基于交通仿真的不同信号条件下有轨电车运行策略评价模型<sup>[22]</sup>;邓君等提出了一种基于车头时距的有轨电车信号控制策略<sup>[23]</sup>;代磊磊等提出了一种基于实时信息交互的有轨电车信号优先控制策略<sup>[24]</sup>。

另一方面,国内研究者也对经典的 MAXBAND 等模型做出了改进。陈宁宁等建立了动态红灯排队消散时间模型,将其与传统的 MAXBAND 模型结合,从而降低了干线方向的车辆平均延误<sup>[25]</sup>;李林提出了一种新型绿波带形式,为每个方向各个路段分配独立权重以适应各路段的交通流,消除了 MAXBAND 对绿波带宽的限制,并实现了模型解决方案中绿波带宽的分配向需求高的方向倾斜<sup>[26]</sup>;李佳杰考虑了社会车辆运行速度在不同路段的一致性要求,提出了以社会车辆有效带宽为目标的有轨电车被动信号优先控制模型<sup>[27]</sup>;周洋帆探讨了在半独立路权下有轨电车信号优先策略的可能性,并以 AMBAND 模型为基础,增加了有效带宽约束与有轨电车特性约束,提出了 BAMTRAMBAND 模型<sup>[28]</sup>;戴光远以 MAXBAND 为基础,基于公交车辆停站特性提出了分段式绿波模型,以社会车辆和有轨电车的绿波带宽之和为优化目标,有效降低了交叉口车辆排队长度和行驶延误<sup>[29]</sup>。

综上所述,国内外对于干线常规交通绿波设计以及公交绿波设计方面的研究已有大量成果,而关于干线有轨电车与常规交通之间绿波协调设计方面的研究较少。此外,现阶段有轨电车绿波模型大多以 MAXBAND 与 MULTIBAND 模型为基础,对于复杂交通场景的优化能力有限。当有轨电车需要在部分交叉口进行转弯时,绿波优化控制方案将涉及到支路相位与干线绿波的匹配问题。很多情况下,当有轨电车转弯时,仅仅利用主路相位是不够的,而需要利用支路相位。为此,必须将该相位加入有轨电车的绿波内,并保证有轨电车不与该相位中任意方向的车流发生冲突。但是传统的绿波模型中一般仅存在主路相位,没有考虑将支路相位加入绿波,因此,现有模型难以提出合适的解决方案。

为了弥补现有模型的不足,本文在 MAXBAND

模型以及 Yang 等提出的干线多路径绿波模型<sup>[30]</sup>的基础上,对支路相位的影响进行考虑,补充与有轨电车相关的约束条件,提出可以对含有转向有轨电车的干线交通进行优化控制的绿波优化模型。与传统模型相比,干线绿波优化模型以各条路径为建模对象,对交叉口处的主路与支路相位同时进行考虑,所生成的绿波方案根据需要可以是二者的合理组合。

## 1 考虑转向有轨电车的多路径车队绿波模型

考虑到传统绿波模型在对含有有轨电车的交通情景进行建模时的局限性,本文以 MAXBAND 模型为基础,借鉴多路径车队绿波概念,建立了考虑转向有轨电车的多路径车队绿波模型。多路径车队绿波的含义是指干线绿波优化模型对路段中车队行进的多条路径进行建模并产生绿波(路径即指行车路线,见图 1)。与传统模型相比,干线绿波优化模型同时考虑交叉口处的主路与支路相位,生成的绿波根据需要可以是主路与支路相位的组合,因此,干线绿波优化模型可以灵活处理有轨电车转向问题。

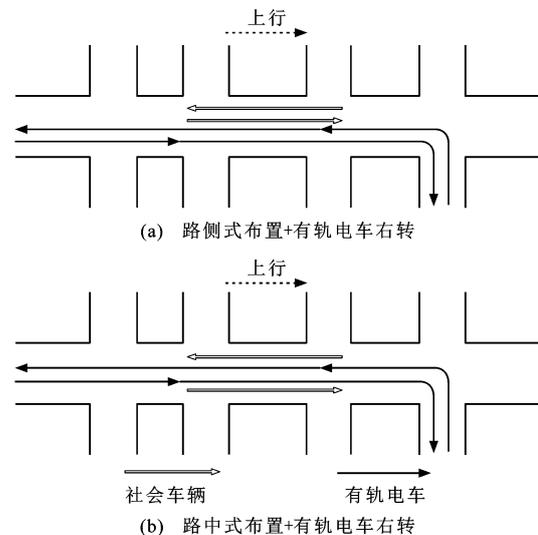


图 1 两种含有轨电车的交通系统布局

Fig. 1 Two kinds of layout of traffic system with tram

图 1 展示了干线绿波优化模型建模范围内的 2 种典型情景所对应的交通系统布局方式。图 1(a)情形中,有轨电车轨道铺设于干线上行方向的右侧(路侧式),有轨电车在上行方向终点进行右转,考虑的路径为社会车辆上、下行直行与有轨电车的直行加右转路径;图 1(b)情形中,有轨电车轨道铺设于干线中央(路中式),有轨电车在上行方向终点进行右转,考虑的路径为社会车辆上、下行直行与有轨电车的直行加右转路径。值得注意的是,本文所提出

的模型具有较好的适应性,适用情景并不局限于这 2 种情形。

### 1.1 模型概述

干线绿波优化模型的约束条件可以分为两部分。一部分是对于整个交通系统的整体约束,另一部分是考虑有轨电车影响的补充约束。下面分别进行介绍。

相邻交叉口间有轨电车和社会车辆绿波关系分别见图 2(a)、(b)。图 2 中:A、B、C、D 点为干线绿波优化模型计算的参考点; $\theta_k$  为交叉口  $k$  的相位差; $w_{i,k}$  和  $\overline{w}_{j,k}$  分别为交叉口  $k$  处上行路径  $i$  和下行路径  $j$  位于绿波前部的绿灯时长; $r_{i,k}$  和  $\overline{r_{i,k}}$  分别为上行路径  $i$  在交叉口  $k$  处绿灯部分左边和右边的总红灯时长; $r_{j,k}$  和  $\overline{r_{j,k}}$  分别为下行路径  $j$  在交叉口  $k$  处绿灯部分左边和右边的总红灯时长; $g_{i,k}$  和  $\overline{g_{j,k}}$  分别为上行路径  $i$  和下行路径  $j$  在交叉口  $k$  处所能获得的最大绿灯时长; $t_{i,k}$  和  $\overline{t_{j,k}}$  分别为上行路径  $i$  和下行路径  $j$  在交叉口  $k$  与交叉口  $k+1$  之间的旅行时间。

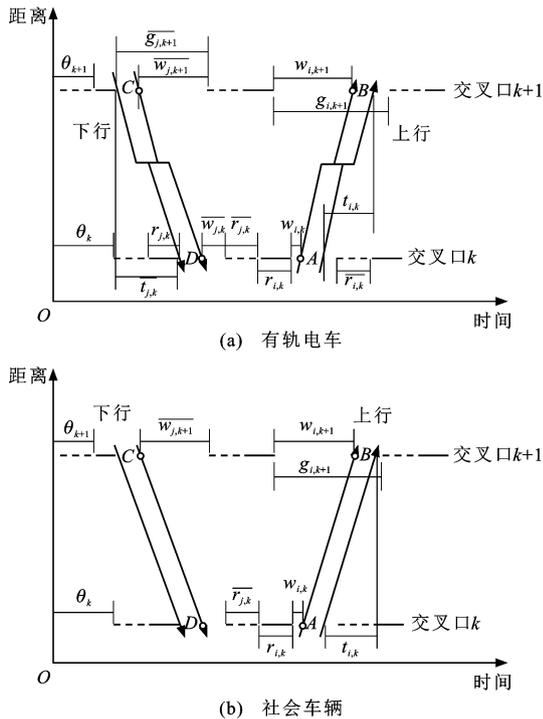


图 2 有轨电车与社会车辆相邻交叉口间绿波关系  
Fig.2 Green-wave relationships between adjacent intersections for trams and social vehicles

图 2(a)、(b)中的横实线代表位于上行绿波带左端的红灯时长,横虚线代表位于上行绿波带右端的红灯时长,图 2(a)中的斜实线与图 2(b)中的斜实线分别代表有轨电车绿波和社会车辆绿波。

### 1.2 交通系统整体基础约束

模型以 MAXBAND 中的基本约束为基础,根

据图 2 进行适当调整,建立了一组约束来描述 2 个连续交叉口之间上行社会车辆从 A 点行驶到 B 点的关系

$$\theta_k + r_{i,k} + w_{i,k} + n_{i,k} + t_{i,k} = \theta_{k+1} + r_{i,k+1} + w_{i,k+1} + n_{i,k+1} + \tau_{i,k+1} \quad i \in I, k \in K_i \quad (1)$$

式中: $n_{i,k}$  为上行路径  $i$  在交叉口  $k$  处的整数变量; $\tau_{i,k}$  为上行路径  $i$  在交叉口  $k$  处的初始排队清空时间; $I$  为上行路径集合; $K_i$  为上行路径  $i$  经过的交叉口集合。

同理,对于下行社会车辆从 C 点行驶至 D 点亦可给出类似约束

$$-\theta_k + \overline{r_{j,k}} + \overline{w_{j,k}} + \overline{n_{j,k}} + \overline{\tau_{j,k}} = -\theta_{k+1} + \overline{r_{j,k+1}} + \overline{w_{j,k+1}} + \overline{n_{j,k+1}} + \overline{\tau_{j,k+1}} \quad j \in \bar{I}, k \in K_j \quad (2)$$

式中: $\overline{n_{j,k}}$  为下行路径  $j$  在交叉口  $k$  处的整数变量; $\overline{\tau_{j,k}}$  为下行路径  $j$  在交叉口  $k$  处的初始排队清空时间; $\bar{I}$  为下行路径集合; $K_j$  为下行路径  $j$  所经过的交叉口集合。

式(1)、(2)分别描述上行绿波与下行绿波在 2 个交叉口之间应该遵循的关系。为了扩大模型的解空间,每个交叉口的信号相序被设置为决策变量,并用一组 0-1 变量  $x_{l,\alpha,k}$  来表示。如果在交叉口  $k$  的一个信号周期中,相位  $l$  位于相位  $\alpha$  之前,则  $x_{l,\alpha,k}$  取值为 1,反之为 0。对于每一个交叉口来说,描述其信号顺序的变量是一个由  $x_{l,\alpha,k}$  组成的  $d$  维方阵, $d$  为当前交叉口的相位数目。为了保证  $x_{l,\alpha,k}$  的可行性,需要声明其他约束来确保模型生成的相序是有效的

$$x_{l,l,k} = 0 \quad (3)$$

$$x_{l,\alpha,k} + x_{\alpha,l,k} = 1 \quad l \neq \alpha \quad (4)$$

$$x_{l,\rho,k} \geq x_{l,\alpha,k} + x_{\alpha,\rho,k} - 1 \quad l \neq \alpha \neq \rho \quad (5)$$

式中: $l, \alpha, \rho$  均为交叉口  $k$  处一个信号周期中的某一个相位。

式(3)来自  $x_{l,\alpha,k}$  的定义;式(4)确保相位  $l$  与  $\alpha$  之间存在确定的先后关系;式(5)杜绝了子循环的产生。

为了更好地描述某路径在一个交叉口所能获得的绿灯信号,定义如下 0-1 变量  $\beta_{i,l,k}$ 。如果上行路径  $i$  能够在交叉口  $k$  的相位  $l$  处获得绿灯信号,则  $\beta_{i,l,k}$  取值为 1,反之为 0。利用 0-1 变量  $\beta_{i,l,k}$ ,模型可以控制各路径在不同交叉口所通过的相位,从而适应路径在交叉口处直行、左转或是右转的需求。相似地定义  $\beta_{j,l,k}$  为下行路径  $j$  在交叉口  $k$  的相位  $l$  处的 0-1 变量。对于每一条路径,都存在一个对应的  $F_1 \times F_2$  矩阵, $F_1$  为交叉口的数目, $F_2$  为所有交叉口中出现的不同相位的数目。通过该矩阵可以确

立不同路径之间的交互关系,从而保证路径间的相位共享或互不干扰。此外,通过变量  $\beta_{i,l,k}$  和  $\beta_{j,l,k}$  可以简洁地描述上、下行路径在交叉口  $k$  处所能获得的总绿灯时间。

图 3(a)、(b)分别为各交叉口信号周期内社会车辆绿波、有轨电车绿波与信号的约束关系。

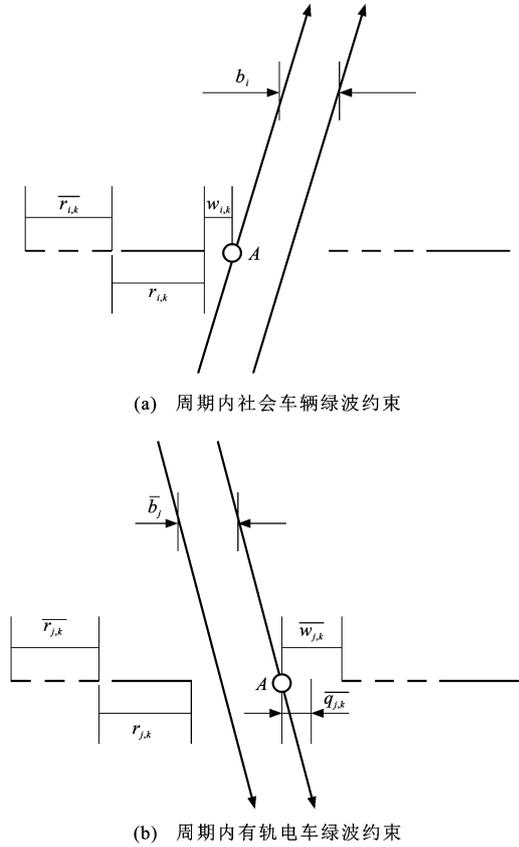


图 3 社会车辆与有轨电车绿波周期内约束  
Fig. 3 Restrictions inside a green-wave cycle for social vehicles and trams

根据图 3(a)、(b),给出式(6)~(9)

$$0 \leq w_{i,k} + b_i \leq \sum_l \beta_{i,l,k} \phi_{l,k} \quad i \in R, k \in K_i \quad (6)$$

$$0 \leq w_{i,k} + b_i \leq \sum_l \beta_{i,l,k} \phi_{l,k} - q_{i,k} \quad i \in T, k \in K_i \quad (7)$$

$$0 \leq \bar{w}_{j,k} + \bar{b}_j \leq \sum_l \beta_{j,l,k} \phi_{l,k} \quad j \in \bar{R}, k \in K_j \quad (8)$$

$$0 \leq \bar{w}_{j,k} + \bar{b}_j \leq \sum_l \beta_{j,l,k} \phi_{l,k} - \bar{q}_{j,k} \quad j \in \bar{T}, k \in K_j \quad (9)$$

式中:  $b_i, \bar{b}_j$  分别为上行路径  $i$  和下行路径  $j$  的绿波带宽;  $\phi_{l,k}$  为交叉口  $k$  处相位  $l$  的长度;  $q_{i,k}, \bar{q}_{j,k}$  分别

为上行有轨电车路径  $i$  和下行有轨电车路径  $j$  在交叉口  $k$  处的清空时间;  $R, \bar{R}$  分别为上、下行社会车辆的路径集合;  $T, \bar{T}$  分别为上、下行有轨电车的路径集合。

清空时间的计算涉及到有轨电车自身参数、运行速度与交叉口的几何尺寸,需根据具体情形确定。

式(6)~(9)不等号右边表示的是某一路径在当前交叉口所能获得的最大绿灯时间。

利用  $\beta_{i,l,k}$ , 可以给出各交叉口处红灯时间应满足的约束

$$r_{i,k} \leq \sum_l \beta_{i,a,k} \phi_{l,k} x_{l,a,k} + M(1 - \beta_{i,a,k}) \quad i \in I, k \in K_i \quad (10)$$

$$\bar{r}_{i,k} \leq \sum_l \beta_{i,a,k} \phi_{l,k} x_{a,l,k} + M(1 - \beta_{i,a,k}) \quad i \in I, k \in K_i \quad (11)$$

$$r_{i,k} + \bar{r}_{i,k} + \sum_l \beta_{i,l,k} \phi_{l,k} = 1 \quad i \in I, k \in K_i \quad (12)$$

式中:  $\beta_{i,a,k}$  为与  $x_{l,a,k}$  拥有共同相位  $\alpha$  的 0-1 变量;  $M$  为一个足够大的正整数,实际中取 10 即可。

式(10)与(11)的不等号右边第 1 项表示的是路径在交叉口处所能获得的最大红灯时间。

同理根据  $\beta_{j,l,k}$  给出如下约束

$$r_{j,k} \leq \sum_l \beta_{j,a,k} \phi_{l,k} x_{l,a,k} + M(1 - \beta_{j,a,k}) \quad j \in \bar{I}, k \in K_j \quad (13)$$

$$\bar{r}_{j,k} \leq \sum_l \beta_{j,a,k} \phi_{l,k} x_{a,l,k} + M(1 - \beta_{j,a,k}) \quad j \in \bar{I}, k \in K_j \quad (14)$$

$$r_{j,k} + \bar{r}_{j,k} + \sum_l \beta_{j,l,k} \phi_{l,k} = 1 \quad j \in \bar{I}, k \in K_j \quad (15)$$

式中:  $\beta_{j,a,k}$  为与  $x_{l,a,k}$  拥有共同相位  $\alpha$  的 0-1 变量。

### 1.3 干线交通系统补充约束

在现实中,社会车辆和有轨电车的行驶速度受到多方面的限制,因此,路段行程时间也被限制在一个特定的区间内。据此给出如下约束

$$\frac{L_k}{y_{i,\max}} Z \leq t_{i,k} \leq \frac{L_k}{y_{i,\min}} Z \quad i \in R \quad (16)$$

$$\frac{L_k}{y_{j,\max}} Z \leq \bar{t}_{j,k} \leq \frac{L_k}{y_{j,\min}} Z \quad j \in \bar{R} \quad (17)$$

式中:  $y_{i,\max}, y_{i,\min}$  分别为上行社会车辆路径  $i$  的最大旅行速度与最小旅行速度;  $y_{j,\max}, y_{j,\min}$  分别为下行社会车辆路径  $j$  的最大旅行速度与最小旅行速度;

$L_k$  为从第  $k$  个交叉口到第  $k+1$  个交叉口的长度;  
 $Z$  为交叉口周期的倒数。

式(13)、(14)给出了相邻交叉口间行程时间的上下边界。而对有轨电车来说,路段行程时间的约束更为复杂,包括 2 个部分。第 1 个部分定义如下

$$v_{i,\min} \leq v_{i,k} \leq v_{i,\max} \quad i \in T \quad (18)$$

$$v_{j,\min} \leq \overline{v_{j,k}} \leq v_{j,\max} \quad j \in \bar{T} \quad (19)$$

$$s_{i,k} = \left( \frac{L_k}{v_{i,k}} + \frac{N_k v_{i,k}}{2a^+} + \frac{N_k v_{i,k}}{2a^-} \right) Z \quad i \in T \quad (20)$$

$$\overline{s_{j,k}} = \left( \frac{L_k}{\overline{v_{j,k}}} + \frac{N_k \overline{v_{j,k}}}{2a^+} + \frac{N_k \overline{v_{j,k}}}{2a^-} \right) Z \quad j \in \bar{T} \quad (21)$$

式中: $v_{i,k}$ 、 $\overline{v_{j,k}}$ 分别为上行有轨电车路径  $i$  和下行有轨电车路径  $j$  在交叉口  $k$  和交叉口  $k+1$  之间的平均旅行速度; $v_{i,\min}$ 、 $v_{i,\max}$ 分别为有轨电车上行路径  $i$  的最小旅行速度和最大旅行速度; $v_{j,\min}$ 、 $v_{j,\max}$ 分别为有轨电车下行路径  $j$  的最小旅行速度和最大旅行速度; $s_{i,k}$ 、 $\overline{s_{j,k}}$ 分别为上行有轨电车路径  $i$  和下行有轨电车路径  $j$  在交叉口  $k$  和交叉口  $k+1$  之间的行驶时间; $N_k$ 、 $\overline{N_k}$ 分别为上行和下行方向交叉口  $k$  和  $k+1$  之间的有轨电车站点数量; $a^+$ 、 $a^-$ 分别为有轨电车加速和减速时的平均加速度。

有轨电车行程时间中的第 2 部分  $\sum_{\epsilon}^{N_k} p_{i,k,\epsilon}$  和  $\sum_{\epsilon}^{\overline{N_k}} \overline{p_{j,k,\epsilon}}$  分别为有轨电车上行路径  $i$  和下行路径  $j$  在交叉口  $k$  和  $k+1$  之间所停站时间的总和,其中  $p_{i,k,\epsilon}$  和  $\overline{p_{j,k,\epsilon}}$  分别为上行有轨电车路径  $i$  和下行有轨电车路径  $j$  在交叉口  $k$  和  $k+1$  之间第  $\epsilon$  个站点所停靠的时间。这 2 部分时间模拟的是有轨电车减速、停站、加速和匀速行驶的过程。具体来说,站点对有轨电车绿波的影响主要体现在停站时间上,其位置设计不会对模型的求解产生影响。

基于之前的讨论,有轨电车的行程时间约束如下所示

$$s_{i,k,\min} + \sum_{\epsilon}^{N_k} p_{i,k,\epsilon} \leq t_{i,k} \leq s_{i,k,\max} + \sum_{\epsilon}^{N_k} p_{i,k,\epsilon} \quad i \in T \quad (22)$$

$$\overline{s_{j,k,\min}} + \sum_{\epsilon}^{\overline{N_k}} \overline{p_{j,k,\epsilon}} \leq \overline{t_{j,k}} \leq \overline{s_{j,k,\max}} + \sum_{\epsilon}^{\overline{N_k}} \overline{p_{j,k,\epsilon}} \quad j \in \bar{T} \quad (23)$$

$$\sum_{k=1}^{K_i} t_{i,k} = \sum_{k=1}^{K_j} \overline{t_{j,k}} \quad i \in T, j \in \bar{T} \quad (24)$$

式中: $s_{i,k,\min}$ 、 $s_{i,k,\max}$ 分别为有轨电车上行路径  $i$  在交叉口  $k$  和  $k+1$  之间旅行时间的最大值与最小值; $\overline{s_{j,k,\min}}$ 、 $\overline{s_{j,k,\max}}$ 分别为有轨电车下行路径  $j$  在交叉口  $k$  和  $k+1$  之间旅行时间的最大值与最小值。

本文将  $t_{i,k}$  ( $\overline{t_{j,k}}$ ) 设置为变量,是为了扩大模型的可行域从而增大解空间。

为了均衡有轨电车上、下行线路的服务水平,本文将上、下行线路行程时间设为一致。为了确保有轨电车绿波解的可行性,还需要增加其他约束

$$C_{\min} \leq C \leq C_{\max} \quad (25)$$

$$b_i \geq b_{i,\min} \quad i \in T \quad (26)$$

$$\overline{b_j} \geq \overline{b_{j,\min}} \quad j \in \bar{T} \quad (27)$$

式中: $C$  为所有交叉口的统一周期; $C_{\min}$ 、 $C_{\max}$ 分别为交叉口周期的最大值与最小值; $b_{i,\min}$ 、 $\overline{b_{j,\min}}$ 分别为保证有轨电车上行路径  $i$  与下行路径  $j$  需求的最小绿波带宽,其具体值根据有轨电车通行需求与绿波系统控制的冗余要求选取。

### 1.4 优化目标

由于受到发车频率的限制,通常一个信号周期内有轨电车的发车数量是有限的,干线信号系统的优化无需追求过大的有轨电车绿波带宽,能够满足有轨电车通行需求即可。相比而言,社会车辆的通行需求量大,需要更大的绿波带宽,因此,本模型以社会车辆各路径绿波带宽的加权和最大为优化目标

$$\text{Max } E = \sum_i \varphi_i b_i + \sum_j \overline{\varphi_j} \overline{b_j} \quad i \in R, j \in \bar{R} \quad (28)$$

式中: $E$  为模型的优化目标; $\varphi_i$  和  $\overline{\varphi_j}$  分别为上行路径  $i$  和下行路径  $j$  绿波带宽的权重,按照各路径流量大小比例进行确定。

绿波的带宽应与路径的流量需求相适应,带宽分配应向流量较大的方向倾斜,即路径流量越大,其对应绿波带宽权重系数应越大,因此,各带宽的权重系数之比等于对应路径流量之比。

## 2 案例研究

### 2.1 研究案例概述

南京市麒麟镇有轨电车 1 号线全长 8.95 km,线路北起马群站,南至石杨路站,全程共设置 13 个站。以该有轨电车线路马群至天河路路段(图 4)为对象,应用本文模型进行绿波优化。

#### 2.1.1 路网结构

案例路段中,有轨电车驶经 3 个信号控制交叉口后,由西向南驶入天河路,轨道铺设于道路中央。本案例数据调研时间为 2018 年 10 月 29 日,星期

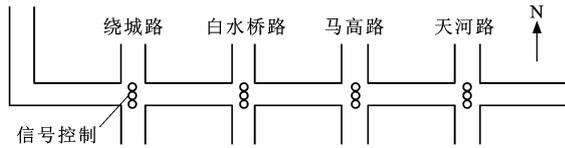


图 4 路段地理信息

Fig. 4 Geographical information of section

一,具体采集时间段为下午 5:30~6:30。

图 5 展示了主干路沿线的有轨电车站点分布情况,为了方便描述,将由西向东为上行方向,交叉口依次编号为 1、2、3、4。交叉口的间距分别为 505、670、625 m。由图 5 可见:该路段共有 3 个站点,分别位于交叉口 1 前、交叉口 1 与 2 之间以及交叉口 2 与 3 之间。此案例中,有轨电车线路布局为路中式。路径 1、2 分别代表社会车辆和有轨电车的上行路径,路径 3、4 分别代表社会车辆和有轨电车的下行路径。

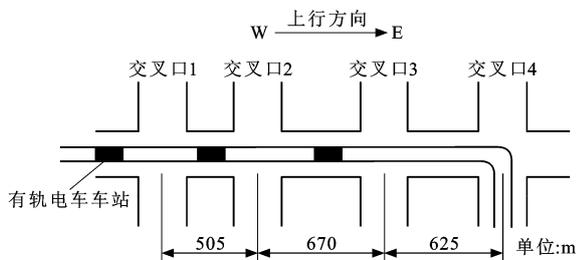


图 5 案例路段有轨电车线路

Fig. 5 Tram line in case road section

### 2.1.2 信号配时

图 6 给出了案例路段每个交叉口的信号相位方案,分别编号为相位 1(主路上行直行与左转)、相位 2(主路上、下行直行)、相位 3(主路下行直行与左转)、相位 4(次路直行)和相位 5(次路左转)。

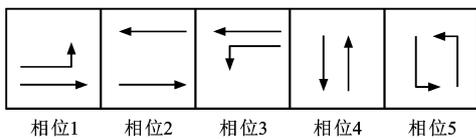


图 6 信号相位方案

Fig. 6 Signal phase scheme

结合图 5、6 可以得出如下分析:有轨电车在干线上为路中式布置,为了避免与主路上、下行左转车辆及支路车辆冲突,在其直行交叉口只能通过相位 2;有轨电车在转弯后的支路上仍然为路中式布置,为了避免与主路车辆和支路直行车辆冲突,在转弯交叉口处只能通过相位 5。

表 1 给出了路段沿线各交叉口的信号周期、交通流量以及相位时长,从流量数据可以看出:上、下

行交通流量基本持平,因而目标函数中上、下行路径的权重均取为 1。

表 1 信号控制交叉口相关参数

Tab. 1 Relevant variables for signalized intersections

交叉口		1	2	3	4
流量/ (pcu · h <sup>-1</sup> )	自东向西	843	657	648	735
	自西向东	785	697	704	761
相位长度 (与周期比值)	相位 1	0.15	0.15	0.14	0.14
	相位 2	0.35	0.33	0.35	0.33
	相位 3	0.14	0.15	0.14	0.14
	相位 4	0.19	0.18	0.19	0.20
	相位 5	0.17	0.19	0.18	0.19

表 1 中:根据实地测量数据,交叉口周期最小值为 120 s,最大值为 150 s,有轨电车运行速度的最小值与最大值分别为 30、60 km · h<sup>-1</sup>,平均停站时间为 25 s。此外,为了保证有轨电车的绿波带宽存在一定的冗余,将有轨电车的绿波带宽设置为 10 s。有关有轨电车与社会车辆速度及旅行时间的详细参数分别见表 2、3。

表 2 有轨电车与社会车辆速度

Tab. 2 Speeds of trams and social vehicles km · h<sup>-1</sup>

速度	$v_{i,k}$		$\bar{v}_{j,k}$	
	最大	最小	最大	最小
有轨电车	60	30	60	30
社会车辆	60	45	60	45

表 3 有轨电车与社会车辆行程时间

Tab. 3 Travel times of trams and social vehicles s

行程时间	有轨电车		社会车辆	
	最大	最小	最大	最小
交叉口 1-2	60.6	36.4	36.4	33.1
交叉口 2-3	113.4	86.5	48.2	43.9
交叉口 3-4	108.0	83.3	45.0	40.9

计算有轨电车的清空时间  $t_{clear}$

$$t_{clear} = \frac{3.6(S+L)}{V} \quad (29)$$

式中: $V$  为有轨电车在交叉口的平均车速; $L$  为有轨电车车身长度; $S$  为交叉口冲突区域的长度。

不同情形下的冲突区域见图 7。有轨电车在各个交叉口的清空时间见表 4。

### 2.2 计算结果分析

应用 Lingo 软件对算例的优化模型进行计算,得到的结果见表 5、6。

表 6 中: $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$ 、 $t_4$  分别为路径 1~4 在各交叉口之间的旅行时间。表 6 为交叉口周期、相位差以

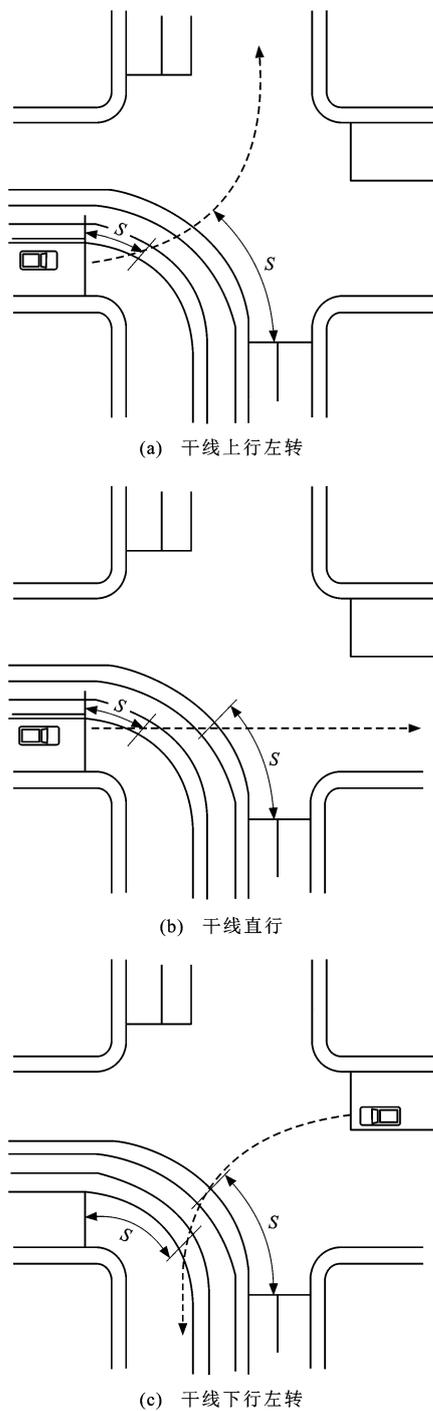


图 7 交叉口冲突区域

Fig. 7 Conflicting areas at intersections

表 4 有轨电车清空时间

Tab. 4 Clearing times of trams

交叉口	清空时间	
	路径 2	路径 4
1	9	9
2	10	10
3	10	10
4	10	10

表 5 绿波带宽优化结果

Tab. 5 Results of green-wave bandwidth optimization

路径	路径 1	路径 2	路径 3	路径 4
带宽	26.6	10.0	26.6	10.0

表 6 绿波优化结果

Tab. 6 Results of green-wave optimization

交叉口	1	2	3	4
C	142.4	142.4	142.4	142.4
$\theta_k$	0.0	116.8	52.0	5.7
$t_1$		36.4	48.2	41.1
$t_2$		48.4	81.1	78.3
$t_3$		36.4	48.2	44.9
$t_4$		48.4	81.1	78.3

及社会车辆和有轨电车的行程时间的优化结果,其中  $\theta_k$  为 0 代表交叉口 1 为相位差基准。由表 5、6 可知:优化后干线信号周期为 142.4 s,各交叉口相位差为 0、116.8、52.0、5.7 s,单方向社会车辆绿波带宽为 26.6 s,上、下行社会车辆绿信比达到 37.4%,有轨电车绿波带宽为 10 s。由表 6 可知:上、下行有轨电车在各个路段的行程时间均保持一致,上行社会车辆在交叉口 3、4 之间的行程时间略小于下行社会车辆,在其他路段则保持一致。

计算结果的时空分布见图 8,绿波的斜率代表社会车辆与有轨电车的行程速度,有轨电车的停站时间经过平滑化处理。

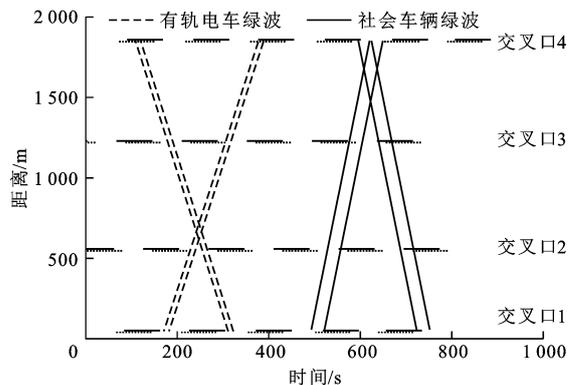


图 8 绿波时空分布

Fig. 8 Green-wave space-time distribution

由于模型自身特性,图 8 中的信号分别是以上、下行社会车辆需求计算得出的绿灯和红灯信号,从上行方向来看,有轨电车在通过前 3 个交叉口时,可以与社会车辆共享信号相位;但在交叉口 4,有轨电车需使用次路相位进行转向,因此,在时空图上表现为与主路相位冲突。

传统时空图无法同时展现模型对包含转向绿波

的优化结果。为了更好地表达本模型对不同路径绿波的优化方案,本文给出信号相序时空图,如 9 所示。时间轴以交叉口 1 为参照原点。交叉口信号采

用粗实线表示,并设置了不同的灰度以区分不同相位。同理,绿波的斜率代表社会车辆与有轨电车的行程速度,有轨电车的停站时间经过平滑化处理。

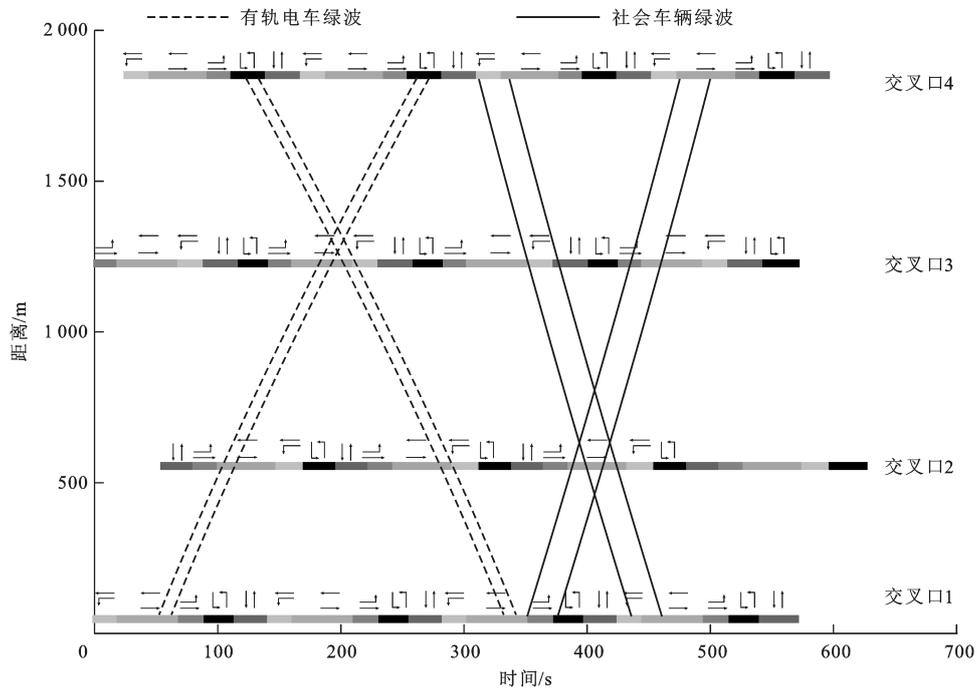


图 9 信号相序时空分布

Fig. 9 Space-time distribution concerning signal phase order

由图 9 可知:上行社会车辆的绿波始终保持在相位 1、2 中,下行社会车辆的绿波始终保持在相位 2 与 3 中。

为了避免与社会车辆发生冲突,上、下行有轨电车的绿波在前 3 个交叉口始终位于相位 2 中。在最后一个交叉口,为了实现转向,有轨电车绿波位于相位 5 中。注意到图 9 中社会车辆绿波的斜率,即社会车辆的行驶速度,在所有的交叉口间保持一致,因此,驾驶人不需要调整速度,从而降低了跟随绿波的难度。

图 10 为优化后的各个交叉口的信号相序以及各个相位的时长。由图 10 可知:4 个交叉口中,主路信号相位 1、2 与 3 总是连续出现,并且相位 2 总是位于相位 1 与相位 3 的中间位置。该案例的分析结果表明,这种相位组合能够最有效地提升绿波带的宽度。这种规律也与传统信号优化理论存在一致性。图 10 同时说明,相较于传统的模型如 MAXBAND 和 MULTIBAND,本模型不仅能够优化主路信号相位的顺序,还可以同时考虑次路相序对主路的影响,从而更充分地对信号控制方案进行优化。

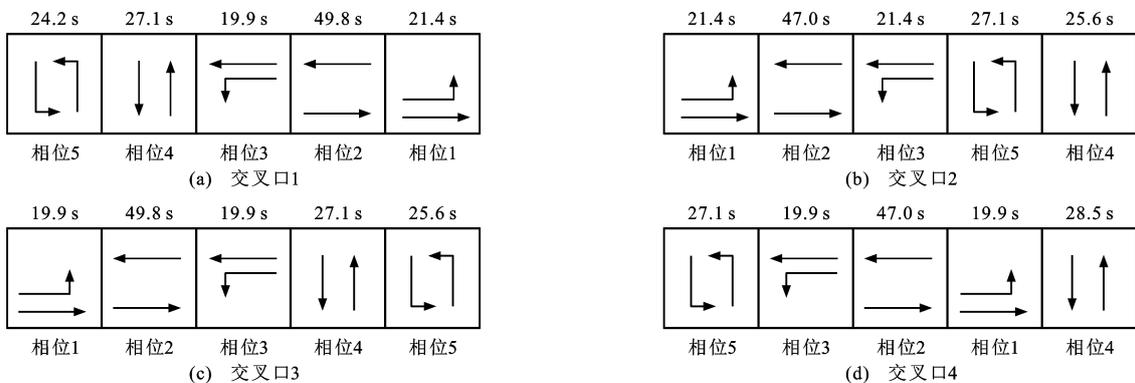


图 10 各交叉口信号相序

Fig. 10 Signal phase orders at all intersections

### 3 结 语

(1)提出了一种考虑有轨电车转向线路的多路径干线绿波模型。模型以有轨电车和社会车辆运行特征及相互协调要求为基础约束条件,以不同路径交通流的加权绿波带宽之和为优化目标。

(2)相比传统模型,干线绿波优化模型同时考虑了主路与次路的信号相位,将交叉口的相序作为变量进行优化,增大了模型的解空间,提高了模型的性能。

(3)相比传统模型,干线绿波优化模型不仅可以用于包含单线有轨电车的交通系统建模,还可以对多线路有轨电车的干线信号系统进行优化。对于存在多条有轨电车线路的干线,只需要修改相应的参数,使不同路径的绿波之间不出现冲突即可,无需增加新约束。

(4)提出的模型优化得到的绿波带宽在各路段均为固定值,没有考虑不同路段流量需求的差异。借鉴 MULTIBAND 模型的思路,在绿波优化时允许各路段绿波带宽适应路段流量需求的差异性,这将是本文下一步的研究工作。

#### 参 考 文 献 :

#### References :

- [1] 谭庭浪. 现代有轨电车路口信号的相位控制策略[J]. 城市轨道交通研究, 2018(6):146-148.  
TAN Ting-lang. Study on the phase control strategy for tram signal at intersection[J]. Urban Mass Transit, 2018(6): 146-148. (in Chinese)
- [2] 钟吉林. 干线信号协调下的有轨电车优先研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2014.  
ZHONG Ji-lin. Tram signal priority under arterial signal coordination[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2014. (in Chinese)
- [3] 高 玉, 王洪波. 现代有轨电车道口信号控制技术研究[J]. 现代城市轨道交通, 2014(4):1-4.  
GAO Yu, WANG Hong-bo. Crossing signal control technology of modern tram[J]. Modern Urban Transit, 2014(4): 1-4. (in Chinese)
- [4] MORGAN J T, LITTLE J D C. Synchronizing traffic signals for maximal BANDWIDTH[J]. Operations Research, 1964, 12(6): 896-912.
- [5] LITTLE J D C. The synchronization of traffic signals by mixed-integer linear programming [J]. Operations Research, 1966, 14: 568-594.
- [6] JEONG Y, KIM Y. Tram passive signal priority strategy based on the MAXBAND model[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2014, 18(5): 1518-1527.
- [7] ZHANG Li-hui, SONG Zi-qi, TANG Xiao-jun, et al. Signal

- coordination models for long arterials and grid networks[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2016, 71: 215-230.
- [8] DAI Guang-yuan, WANG Hao, WANG Wei, et al. Signal optimization and coordination for bus progression based on MAXBAND[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2016, 20(2): 890-898.
- [9] GARTNER N H, STAMATIADIS C. Arterial-based control of traffic flow in urban grid networks[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2002, 35(5/6): 657-671.
- [10] GARTNER N H, STAMATIADIS C. Progression optimization featuring arterial- and route-based priority signal networks[J]. Journal of Intelligent Transportation Systems, 2004, 8(2): 77-86.
- [11] ZHANG Chao, XIE Yuan-chang, GARTNER N H, et al. AM-band: an asymmetrical multi-band model for arterial traffic signal coordination[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2015, 58: 515-531.
- [12] MA Wan-jing, ZOU Li, AN Kun, et al. A partition-enabled multi-mode band approach to arterial traffic signal optimization[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2019, 20(1): 313-322.
- [13] SRINIVASAN D, CHOY M C, CHEU R L. Neural networks for real-time traffic signal control[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2006, 7(3): 261-272.
- [14] LIN Yong-jie, YANG Xian-feng, ZOU Nan. Passive transit signal priority for high transit demand: model formulation and strategy selection[J]. Transportation Letters, 2019, 11(3): 119-129.
- [15] DOOR T S. Synchronization model of traffic light at intersection with train track[D]. Surakarta: Universitas Muhammadiyah Surakarta, 2014.
- [16] SHEN Guo-jiang, YANG Yong-yao. A dynamic signal coordination control method for urban arterial roads and its application[J]. Frontiers of Information Technology and Electronic Engineering, 2016, 17(9): 907-918.
- [17] 路庆昌, 龙科军, 邓海龙. 被动公交优先的交叉口信号周期优化模型研究[J]. 中国市政工程, 2007(3):9-11.  
LU Qing-chang, LONG Ke-jun, DENG Hai-long. Research on signal cycle optimization model of passive bus priority intersection [J]. China Municipal Engineering, 2007(3): 9-11. (in Chinese)
- [18] 周洋帆, 贾顺平, 陈绍宽, 等. 有轨电车信号优先时长阈值优化模型[J]. 交通运输工程学报, 2016, 16(5):151-158.  
ZHOU Yang-fan, JIA Shun-ping, CHEN Shao-kuan, et al. Optimization model signal priority time threshold of tram[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2016, 16(5): 151-158. (in Chinese)
- [19] 江志彬, 徐瑞华. 信号被动优先条件下的有轨电车运行图编制优化[J]. 交通运输工程学报, 2016, 16(3):100-107.  
JIANG Zhi-bin, XU Rui-hua. Scheduling optimization of tram operation diagram under signal passive priority condition[J].

- Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2016, 16(3): 100-107. (in Chinese)
- [20] 罗 聪. 现代有轨电车主动信号优先模型研究[J]. 城市轨道交通研究, 2019(2): 56-60.  
LUO Cong. Research on the active signal priority model for modern tram[J]. Urban Mass Transit, 2019(2): 56-60. (in Chinese)
- [21] 吴佳骐, 胡军红, 俞 洋. 基于多属性决策的现代有轨电车站态信号优先控制策略[J]. 南京工业大学学报(自然科学版), 2019, 41(2): 218-223.  
WU Jia-qi, HU Jun-hong, YU Yang. Dynamic priority strategy for modern tram based on multiple attribute decision making[J]. Journal of Nanjing Tech University (Natural Science Edition), 2019, 41(2): 218-223. (in Chinese)
- [22] 袁魁浩, 吴文亮, 汤左淦. 不同信号控制条件下的平交路口有轨电车运行策略对比研究[J]. 河南科学, 2018, 36(12): 1986-1993.  
YUAN Kui-hao, WU Wen-liang, TANG Zuo-gan. The comparison among different signal control schemes in at-grade intersections of the LRT[J]. Henan Science, 2018, 36(12): 1986-1993. (in Chinese)
- [23] 邓 君, 崔 梁. 基于车头时距的现代有轨电车信号控制策略[J]. 城市轨道交通研究, 2018(4): 40-44, 50.  
DENG Jun, CUI Liang. Control strategy of modern tram signal based on time headway[J]. Urban Mass Transit, 2018(4): 40-44, 50. (in Chinese)
- [24] 代磊磊, 何广进, 刘东波, 等. 基于信息实时交互的现代有轨电车信号优先控制研究[J]. 城市轨道交通研究, 2018(1): 87-90.  
DAI Lei-lei, HE Guang-jin, LIU Dong-bo, et al. On signal priority control of modern tram based on real-time information interaction[J]. Urban Mass Transit, 2018(1): 87-90. (in Chinese)
- [25] 陈宁宁, 何兆成, 余 志. 考虑动态红灯排队消散时间的改进 MAXBAND 模型[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2009, 33(5): 843-847.  
CHEN Ning-ning, HE Zhao-cheng, YU Zhi. Revised MAXBAND model considered variable queue clearance time[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science and Engineering), 2009, 33(5): 843-847. (in Chinese)
- [26] 李 林. 连续流绿波交通控制理论与方法研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2011.  
LI Lin. Continuous flow progression theory and methods[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2011. (in Chinese)
- [27] 李佳杰. 基于被动优先的有轨电车信号控制与时刻表节能优化[D]. 北京: 北京交通大学, 2018.  
LI Jia-jie. Signal control and energy-efficient timetable optimization for tram based on passive priority strategy[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2018. (in Chinese)
- [28] 周洋帆. 半独立路权下有轨电车的信号优先策略及建模研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2016.  
ZHOU Yang-fan. Signal priority strategies and modeling for trams with exclusive lane [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2016. (in Chinese)
- [29] 戴光远. 城市干线公交绿波优化控制方法及关键技术研究[D]. 南京: 东南大学, 2016.  
DAI Guang-yuan. Research on optimization models and key technologies for bus progressions along urban arteries[D]. Nanjing: Southeast University, 2016. (in Chinese)
- [30] YANG Xian-feng, CHENG Yao, CHANG Gang-len. A multi-path progression model for synchronization of arterial traffic signals[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2015, 53: 93-111.