

文章编号:1671-1637(2019)03-0079-10

航空发动机多级叶盘-轴系统扭转耦合振动特性

徐自力, 周子宣

(西安交通大学 机械结构强度与振动国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

摘要:针对多级叶盘转子结构,考虑多级叶片弯曲变形和轴扭转变形耦合作用,引入叶片离心刚化作用,建立了包含多叶片、2级叶盘和轴的耦合振动模型;应用哈密顿原理推导了多级叶盘-轴耦合振动微分方程组,通过数值积分方法得到了系统质量矩阵与刚度矩阵,进而求解出系统耦合模态;研究了叶盘固有频率、叶片长度、叶盘间距、叶片扭转角对振动特征的影响。研究表明:2级叶盘-轴系耦合振动包含3类耦合模态,各阶模态频率以叶盘固有频率为边界相互分离;叶片长度小于1 m时,耦合第1、2阶频率受轴半径的影响较大,叶片长度超过1 m后,耦合第1、2阶频率受叶片长度的影响较大;在系统转速为 $2\,000\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 时,在不同叶盘间距下,耦合的3阶模态频率变化幅度分别降低5、3、7 Hz;转速-频率曲线存在明显的频率转向特征,叶片扭转角增加 60° ,转向区域提高 $500\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$;2级叶盘系统会产生不同于单级叶盘的耦合模态,短叶片与长叶片均会对耦合频率产生显著影响;叶片扭转角与叶盘间距的变化会使耦合区域移动,从而降低可能发生的危险共振。

关键词:航空发动机;叶盘-轴系统;假设模态法;振动特性;多级耦合

中图分类号:V231.96

文献标志码:A

Torsional coupled vibration characteristics of multi-stage blade disc-shaft system of aeroengine

XU Zi-li, ZHOU Zi-xuan

(State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Shaanxi, China)

Abstract: Aiming at the multi-stage blade disc rotor structure, the coupling effect of multi-stage blade bending deformation and shaft torsional deformation was taken into account, the centrifugal rigidity of blade was lead in, and the coupling vibration model containing multi-stage blades, two-stage blade discs and shaft was established. The differential equations of multi-stage blade disc-shaft coupling vibration were derived by using Hamilton principle, the system mass matrix and stiffness matrix were obtained by using numerical integration method, and then the coupled modes of the system were solved. The effects of natural frequency of blade disc, blade length, blade disc spacing and blade twist angle on vibration characteristics were studied. Analysis result shows that the two-stage blade disc-shaft coupling vibration includes 3 types of coupling modes, and the natural frequency of each order is separated from each other at the boundary of blade disc natural frequencies. When the blade length is less than 1 m, the first and second order coupling frequencies are greatly affected by the radius of shaft. When the blade length exceeds 1 m, the

收稿日期:2019-01-13

基金项目:国家自然科学基金项目(51675406)

作者简介:徐自力(1967-),男,山西运城人,西安交通大学教授,工学博士,从事结构强度与振动研究。

通讯作者:周子宣(1993-),男,河北秦皇岛人,西安交通大学工学硕士研究生。

first and second order coupling frequencies are greatly affected by the blade length. When the system rotation speed is $2\,000\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, the variation amplitudes of 1-3 order coupling mode frequencies decrease by 5, 3 and 7 Hz under the influence of blade disc spacing, respectively. The speed-frequency curve has obvious frequency steering characteristics, the blade twist angle increases by 60° , and the steering area increases by $500\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. The two-stage blade disc system will produce coupling modes different from the single-stage blade disc system, and the coupling frequency will be significantly affected by both short blade and long blade. The changes of blade twist angle and blade disc spacing will make the coupling area move, which reduces the risk of resonance that may occur. 3 tabs, 10 figs, 27 refs.

Key words: aeroengine; blade disc-shaft system; assume mode method; vibration characteristic; multi-stage coupling

Author resumes: XU Zi-li(1967-), male, professor, PhD, zlxu@mail.xjtu.edu.cn; ZHOU Zi-xuan(1993-), male, graduate student, 2577817169@qq.com.

0 引 言

随着技术进步,航空发动机叶片长度不断增加,叶盘刚度逐渐降低,由此引起的叶盘振动问题愈发得到重视^[1-3]。随着叶盘柔度增加,叶片的弯曲振动和轴的扭转振动耦合作用越来越强。为了防止叶片与转子系统产生危险共振,不仅需要对单个叶片、单级叶盘进行振动分析,还需注意多部件耦合系统产生的不同于各个部件固有特征的振动频率^[4-6]。商大中等利用有限元方法,考虑刚体运动和弹性振动的耦合关系,研究了旋转叶片的纵向和横向振动问题^[7];李克安等提出了一种可以计算叶片动频与静频的数值方法,与试验结果比较接近^[8];徐自力等通过三维有限元模型研究了动静状态下的叶片固有频率和振型^[9-10]。

Lee 等针对叶盘-轴系统耦合振动开展研究,提出在求解转子振动与响应时,需要把叶片-轴耦合系统统一考虑^[11-13];Mikrut 等研究了压气机在不同工况下的扭转振动问题^[14];杨辉等在零次近似的基础上推导了更为精确的一次近似的刚柔耦合动力学方程,并进行了试验验证^[15];郑彤等利用相似的方法分析了航空发动机的叶片-轮盘耦合振动特性^[16-17];杨建刚等通过计算发现叶片越多,耦合程度越强^[18];Bab 等应用 Lagrange 方程建立了叶片与转子-轴承系统耦合振动的非线性动力学模型,分析了叶片对转子系统稳定性的影响^[19];Okabe 等将一个可能参与耦合的叶片轮盘振型处理成连接到轴系集中参数模型上的一个分支弹簧质量系统,结果指出叶片轮盘与轴系耦合会产生 3 个不同于叶片轮盘频率和轴频率的耦合频率^[20-21];Yang 等通过能量

法和假设模态法建立了叶片-轮盘-轴耦合系统振动方程,其中叶片处理为欧拉-伯努利梁,指出在考虑轮盘柔性的前提下,叶片-轮盘-轴耦合系统有 4 种耦合振型,包括轴-叶片振型、轴-轮盘-叶片振型、轮盘-叶片振型和叶片-叶片振型,分析了盘的柔性和叶片长度对耦合系统模态和频率的影响^[22];Chiu 等提出系统模态数与叶片总数有关,随着叶盘级数增加,转子系统会变得不稳定^[23];Kudo 等从试验的角度研究了叶盘-轴耦合振动特征^[24];Zhou 等利用有限元方法分析了叶片拉筋结构的转子系统振动特性^[25];Lim 等通过在相邻叶片间引入弹簧模型,研究了具有分组拉筋结构叶盘的振动特征^[26-27]。

目前对叶盘-轴系耦合振动特性的研究大多集中在单个叶盘-轴耦合振动问题。对于多级叶盘-轴系结构,单个部件的振动形式会由于其余系统结构的影响而发生相应的改变。各部件特征的变化对系统振动的影响规律还有待深入研究,对包含多级叶盘的转子振动机理进行分析具有十分重要的工程实际意义。

本文以多级叶盘-轴耦合系统为研究对象,建立了 2 级叶盘-轴耦合系统振动模型,推导了叶片弯曲变形和轴扭转变形耦合振动微分方程,讨论了单级叶盘固有频率、转动惯量等特征对多级系统振动特性的影响。

1 计算模型

广泛运用的航空发动机多级轮盘结构见图 1,系统由转轴以及沿轴向分布的多级叶盘连接而成。取其中一级叶盘,在笛卡尔坐标系中,两端的轮盘-叶片结构均可以表示为图 2 的形式,以叶盘圆心为坐标原点 O , $Ox_1y_1z_1$ 为固定坐标系, $Ox_2y_2z_2$ 为系

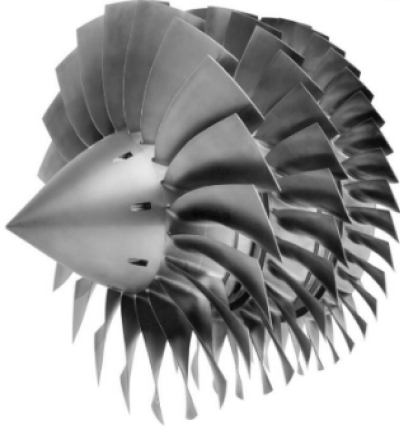


图1 多级叶盘结构

Fig. 1 Structure of multi-stage blade disc

统转动坐标系, $Ox_3y_3z_3$ 为固定在叶盘上的随体转动坐标系, z_1, z_2, z_3 轴沿轴中心线垂直叶盘平面, 以 ω 表示系统转速。

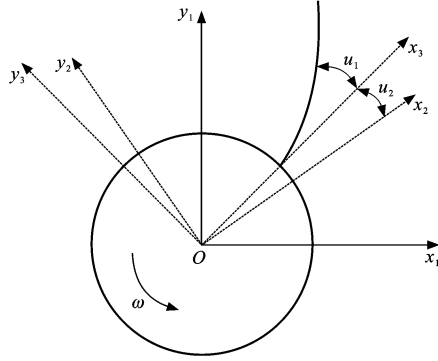


图2 单级轮盘-叶片模型

Fig. 2 Single-stage disc-blade model

当叶盘-轴系发生叶片弯曲和轴扭转耦合振动时, 叶片发生的位移见图3, u_1 为轴扭转导致叶片径向位置 r 处的牵连位移, u_2 为弯曲振动引起的相对位移, α 为叶片扭转角

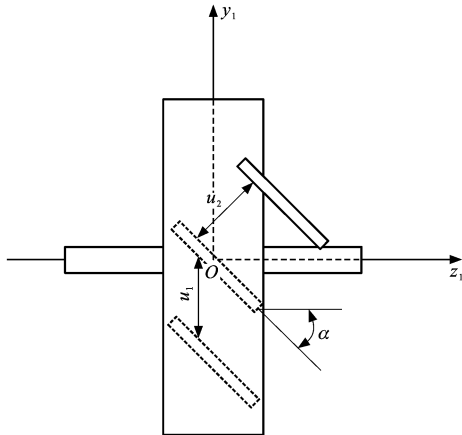


图3 叶片扭转角

Fig. 3 Blade twist angle

$$u_1 = \psi r \quad (1)$$

$$u_2 = \sum_{i=1}^{N_1} \phi_i(r) q_i(t) \quad (2)$$

式中: ψ 为轴扭转角; $\phi_i(r)$ 为第 i 个叶片形函数在叶片径向位置 r 处的变形, $i=1, 2, \dots, N_1$, N_1 为叶片形函数数目; $q_i(t)$ 为第 i 个叶片形函数在 t 时刻的模态坐标。

本文采用的叶片形函数的具体形式为

$$\phi_i(r) = \cosh(\lambda_i r) - \cos(\lambda_i r) - \beta_i [\sinh(\lambda_i r) - \sin(\lambda_i r)] \quad (3)$$

$$\beta_i = \frac{\cosh(\lambda_i L_1) + \cos(\lambda_i L_1)}{\sinh(\lambda_i L_1) + \sin(\lambda_i L_1)} \quad (4)$$

式中: L_1 为叶片长度。

式(3)、(4)中的 λ_i 满足

$$\cosh(\lambda_i L_1) \cos(\lambda_i L_1) = -1 \quad (5)$$

将 $Ox_1y_1z_1$ 坐标系内的叶片总位移沿叶片面法向与切向分解得到

$$u_3 = u_2 + u_1 \cos(\alpha) \quad (6)$$

$$u_4 = u_1 \sin(\alpha) \quad (7)$$

式中: u_3 为叶片法向位移; u_4 为叶片切向位移。

单只叶片的动能 T_1 可表示为

$$T_1 = \frac{1}{2} \int_{r_1}^{r_2} \rho A \left\{ \dot{u}_3^2 + 2\omega r \dot{u}_3 \cos(\alpha) + r^2 \omega^2 [u_3 \cos(\alpha) + u_4 \sin(\alpha)]^2 \omega^2 + \dot{u}_4^2 + 2\omega r \dot{u}_4 \sin(\alpha) \right\} dr + \frac{1}{2} \int_{r_1}^{r_2} I_1 \left[\frac{\partial \dot{u}_3}{\partial r} + \omega \cos(\alpha) \right]^2 dr \quad (8)$$

式中: ρ 为叶片材料密度; A 为叶片截面积; I_1 为叶片截面惯性矩; r_1 为叶盘半径; r_2 为叶片顶端距轴心的长度。

叶片弯曲变形时, 其弯曲势能 U_1 可以利用叶片变形挠曲线二阶微分形式表示

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_{r_1}^{r_2} EI_1 \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} \right)^2 dr \quad (9)$$

式中: E 为叶片的弹性模量。

考虑系统转速对叶盘的影响, 叶片的整体弹性势能还需考虑轴向拉伸作用引起的弹性势能增量 U_2

$$U_2 = \frac{1}{4} \int_{r_1}^{r_2} \rho A \omega^2 (r_2^2 - r^2) \left(\frac{\partial u_3}{\partial r} \right)^2 dr \quad (10)$$

轴扭转与旋转复合运动时的动能 T_2 为

$$T_2 = \frac{1}{2} \int_0^{L_2} I_2 (\dot{\psi} + \omega)^2 dz \quad (11)$$

式中: I_2 为轴截面惯性矩; L_2 为轴长度。

轴扭转角 ψ 以模态叠加形式表示

$$\psi = \sum_{j=1}^{N_2} \varphi_j(z) \xi_j(t) \quad (12)$$

式中: $\varphi_j(z)$ 为第 j 个轴扭转形函数在轴向位置 z 处的变形, $j=1,2,\dots,N_2$, N_2 为轴扭转形函数数目; $\xi_j(t)$ 为第 j 个轴扭转形函数在 t 时刻的模态坐标。

轴扭转形函数取为

$$\varphi_j(z) = \sin\left[\frac{(2j-1)\pi z}{2L_2}\right] \quad (13)$$

轴扭转时具有的弹性势能 U_3 为

$$U_3 = \frac{1}{2} \int_0^{L_2} G I_2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 dz \quad (14)$$

式中: G 为轴的切变模量。

叶盘转动动能 T_3 可表示为

$$T_3 = \frac{1}{2} J (\omega + \dot{\psi})^2 \quad (15)$$

式中: J 为叶盘极转动惯量。

系统总势能 U_0 可表示为

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3 \quad (16)$$

系统总动能 T_0 可表示为

$$T_0 = T_1 + T_2 + T_3 \quad (17)$$

将系统总动能和总势能代入 Lagrange 方程,给定结构参数后,方程中除时间项 $q_i(t)$ 和 $\xi_j(t)$ 之外均可通过积分计算得到定值,按照系统坐标对号入座的方法即可得到系统的质量矩阵与刚度矩阵。略去系统的阻尼项,可得到无阻尼的系统振动微分方程组为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + (\mathbf{K}_1 - \omega^2 \mathbf{K}_2) \mathbf{X} = 0 \quad (18)$$

式中: \mathbf{M} 为质量矩阵; \mathbf{K}_1 为静刚度矩阵; \mathbf{K}_2 为离心刚化矩阵; \mathbf{X} 为整体广义模态坐标。

组装得到的广义坐标向量 \mathbf{X} 展开为

$$\mathbf{X} = \left(\xi_1, \dots, \xi_j, \dots, \xi_{N_2}, q_1, \dots, q_k, \dots, q_{N_1 N_3} \right)^T \quad (19)$$

式中: q_k 为第 k 个叶片形函数的模态坐标, $k=1,2,\dots,N_1 N_3$, N_3 为叶片总数; ξ_j 为第 j 个轴扭转形函数的模态坐标。

由式(19)可看出 \mathbf{X} 元素数目与所取叶片以及轴形函数数目有关,且形函数数目越多,所得结果越精确,但计算速度越慢。综合考虑计算效率与精度,本文 N_1 取为 12, N_2 取为 7。

以 2 级叶盘轴系统为例,每级叶盘上初始叶片数目取为 25 个。其余初始参数如材料密度、弹性模量、切变模量、叶盘间距等见表 1。2 级叶盘-轴耦合模型见图 4。

2 计算结果分析

按照表 1 所设参数,根据图 5 所示流程进行计算。可由已知的叶片形函数与轴扭转形函数分别积

表 1 模型参数

Tab. 1 Model parameters

参数	取值
轴半径/m	0.4
轴长度/m	1
叶片厚度/m	0.01
叶片宽度/m	0.2
叶片长度/m	1
叶盘半径/m	0.5
叶盘厚度/m	0.2
叶盘间距/m	0.6
弹性模量/GPa	200
材料密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	7 800
叶片数	25
叶盘级数	2
叶片扭转角/($^\circ$)	15
切变模量/GPa	75

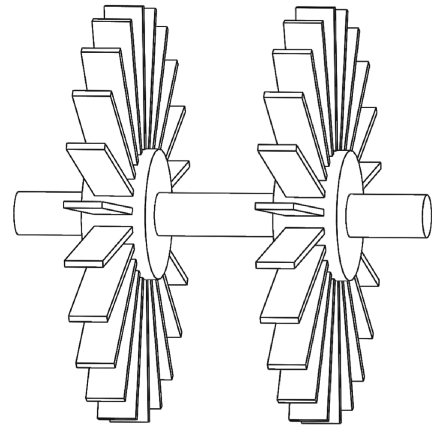


图 4 两级叶盘-轴耦合模型

Fig. 4 Two-stage blade disc-shaft coupling model

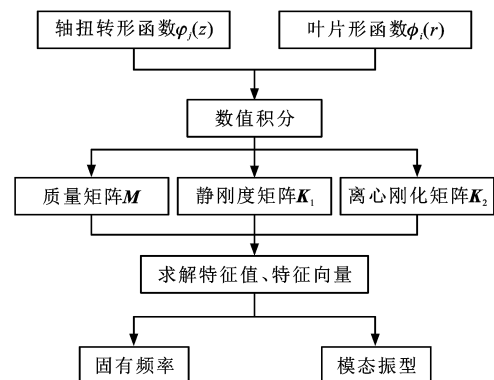


图 5 计算流程

Fig. 5 Calculating process

分得到转子系统的刚度矩阵与质量矩阵。进一步求解特征值与特征向量,可得 2 级叶盘-轴系统振动的模态频率与振型,表 2 中为本文方法计算得到的前

表2 模态频率与振型

Tab. 2 Frequencies and shapes of modes

阶次	模态频率/Hz	模态振型
1	25.59	耦合第1阶模态
2~51	28.77	叶片1阶模态
52	35.78	耦合第2阶模态
53	59.66	耦合第3阶模态
54~103	66.82	叶片2阶模态

103阶模态频率与振型。

同时,参照表1模型参数建立三维实体结构模型,约束轴的弯曲自由度,保留轴扭转自由度,在有限元计算软件中计算得到叶片-轴系统前103阶振动模态。将有限元计算结果作为基准,与本文方法计算结果进行对比,如表3所示,可以看出:本文方法计算误差在1%左右,满足分析精度。

表3 本文方法与有限元方法比较

Tab. 3 Comparison between proposed method and FEM

阶次	有限元方法的模态频率/Hz	本文方法的模态频率/Hz	误差/%
1	25.47	25.69	0.86
2~51	28.42~28.63	28.77	0.75
52	35.47	35.78	0.92
53	59.32	59.96	1.07
54~103	66.06~66.37	66.82	0.68

利用有限元方法修改模型几何参数后进行重计算,耗时接近10 min,本文方法采用参数化微分方程进行计算,计算时间仅为18 s。在保证精度的情况下提高了计算效率。

在所有计算结果中,包含2类模态:第1类为第2~51与54~103阶代表的叶片单独振动模态,轴未发生变形,称为叶片模态,模态频率为重根频率,模态数目为50阶,与多级叶盘的叶片总数相同,此类模态只与叶片固有特性有关,不需考虑叶盘与轴等其他部件的耦合作用,故在本文中不作过多叙述;第2类模态为第1、52、53阶模态,此类模态中叶盘弯曲与轴扭转同时发生,称为叶盘-轴耦合模态,此时叶片振动特性与轴扭转振动特性相互影响,将第1、52、53阶模态分别称为耦合第1、2、3阶模态。图6中绘出此3阶耦合振型,可以看出:耦合第1阶振型对应的振动形式为轴的扭转,阶次为1阶,2级叶片切向振动分别和连接处轴的扭转同相;耦合第2阶振型对应的振动形式为轴扭转,阶次为2阶,2级叶片切向振动分别和相连接处轴的扭转反相;耦合第3阶振型对应的振动形式为轴扭转,阶次

为3阶,2级叶片切向振动分别和相连接处轴的扭转反相。

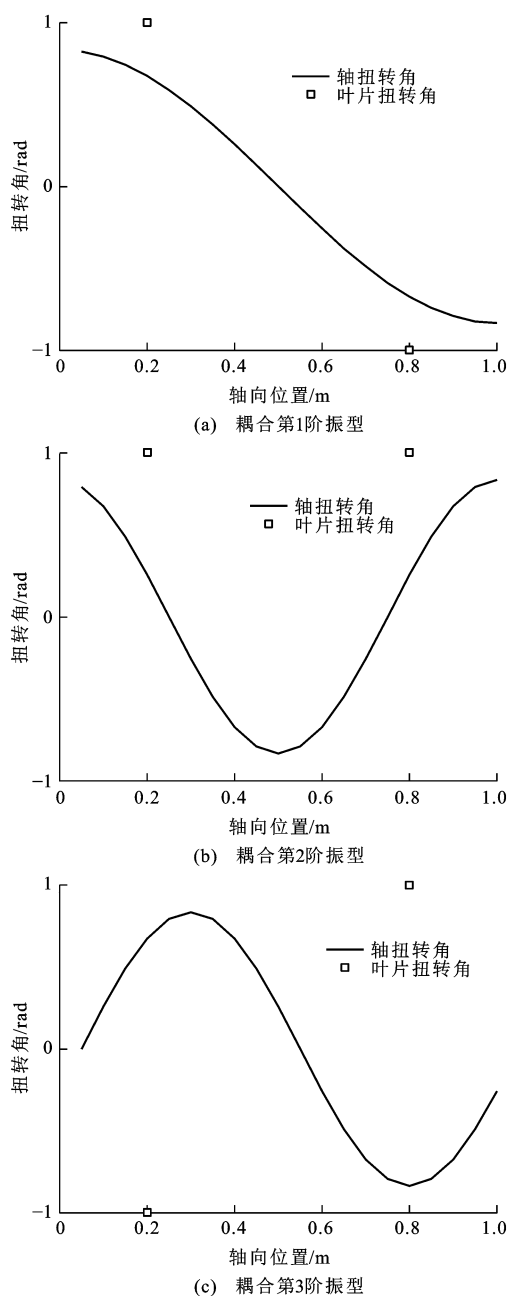


图6 归一化2级叶盘-轴系耦合振型

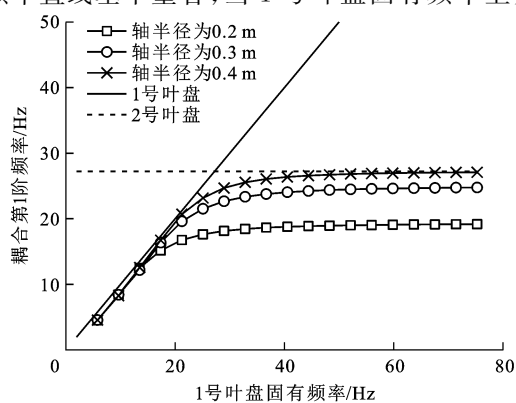
Fig. 6 Normalized coupling vibration mode of two-stage blade disc-shaft system

耦合第1阶振型可看作轮盘与轴相互串联的振动系统,其整体刚度低于各结构的局部刚度,也必然低于叶片固有弯曲刚度;耦合第2阶振型可看作轮盘与轴相互并联的系统,其整体刚度需高于各子结构的局部刚度,也高于叶片固有弯曲刚度;耦合第3阶模态振型在叶盘与轴并联的基础上,轴的扭转阶次进一步升高,故其整体刚度高于耦合第2阶模态振型的等效刚度。综上,对于2级叶盘系统的振动形

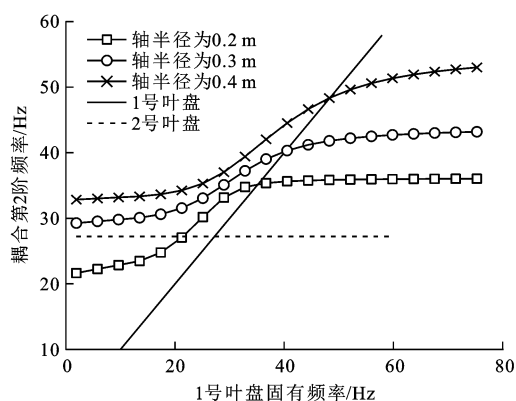
式均将保持上述结论中的阶次顺序。

2.1 单级叶盘刚度对系统频率的影响

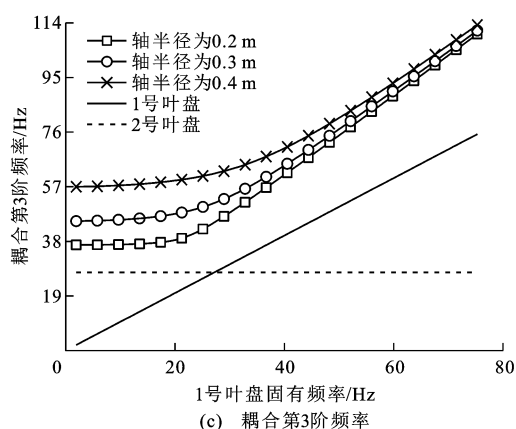
为方便叙述,将左端叶盘称为 1 号叶盘,右端叶盘称为 2 号叶盘。考虑其中 1 号叶盘固有频率的变化对系统耦合特性的影响,逐渐提高 1 号叶盘刚度,3 种耦合模态频率变化规律如图 7 所示。轴半径分别为 0.2、0.3、0.4 m 时,耦合第 1 阶频率的变化规律见图 7(a),可见:当 1 号叶盘固有频率在 0~20 Hz 变化时,不同轴半径下系统整体频率与 1 号叶盘固有频率直线基本重合;当 1 号叶盘固有频率上升至



(a) 耦合第1阶频率



(b) 耦合第2阶频率



(c) 耦合第3阶频率

图 7 耦合频率随 1 号叶盘固有频率变化规律

Fig. 7 Variation laws of coupling frequency with natural frequency of 1st blade disc

30 Hz 后,轴半径为 0.2 m 的耦合频率保持在 20 Hz 以下,轴半径为 0.4 m 的耦合频率与 2 号叶盘固有频率基本重合。结果表明,耦合第 1 阶模态频率以 2 级叶盘固有频率为上限。

耦合第 2 阶模态频率变化规律见图 7(b),可见:随着 1 号叶盘固有频率变化,轴半径为 0.2 m 时,频率曲线由 22 Hz 上升至 34 Hz;轴半径提高至 0.4 m,频率曲线由 33 Hz 上升至 50 Hz;在 1 号叶盘固有频率的整个变化范围内,耦合第 2 阶频率以 2 级叶盘中较低的固有频率为下限;2 级叶盘固有频率接近时,轴半径对耦合频率的影响最小。

耦合第 3 阶模态频率变化规律见图 7(c),可见:当 1 号叶盘固有频率在 0~20 Hz 变化时,耦合频率基本保持不变,其中轴半径为 0.2 m 时的耦合频率为 38 Hz,轴半径为 0.4 m 时的耦合频率维持在 57 Hz;1 号叶盘固有频率增加至 30 Hz 以上,不同轴半径的耦合频率相互靠拢。结果表明,耦合第 3 阶频率以 2 级叶盘固有频率的最大值为下限。

2.2 单级叶片长度对系统频率的影响

不同叶盘上叶片长度往往存在差异,计算得到了各阶耦合频率随叶片长度的变化规律,见图 8。由图 8(a)可见:在同一转轴半径下,叶片长度为 0.1~0.8 m,耦合第 1 阶频率基本不变;叶片长度超过 1 m 后,耦合频率出现明显下降;由于叶片较短时,叶片转动惯量较小,而轴的转动惯量较大,两者耦合时,轴转动惯量的变化能够显著改变系统耦合频率,而叶片较长时,转动惯量较大,轴半径的变化对系统的影响程度减弱。可见,叶片较短时,轴半径对耦合第 1 阶模态影响明显,叶片较长时,叶片长度对耦合第 1 阶频率影响明显。

耦合第 2 阶频率的变化规律见图 8(b),可见:叶片长度小于 0.6 m 时,轴半径变化引起的耦合频率变化范围最大为 55~86 Hz;当 2 级叶盘叶片长度相等,即叶片长度为 1 m 时,耦合频率仅为 40~50 Hz;叶片长度进一步增大至 1.8 m 后,频率为 30~45 Hz。可见,2 级叶片长度接近时,轴半径对耦合第 2 阶模态影响较弱,2 级叶盘差异越大,耦合频率受轴半径的影响越明显。

耦合第 3 阶振型中,2 级叶盘均与轴发生较大的相对变形,耦合振动时叶盘与轴相当于并联结构,耦合频率由振动频率较大的子结构主导,该阶耦合频率变化规律见图 8(c),可见:1 号叶盘叶片较短时,叶片固有频率较大,对整体频率影响也更为明显;在叶片长度超过 1 m 之后,其固有频率小于 2 号

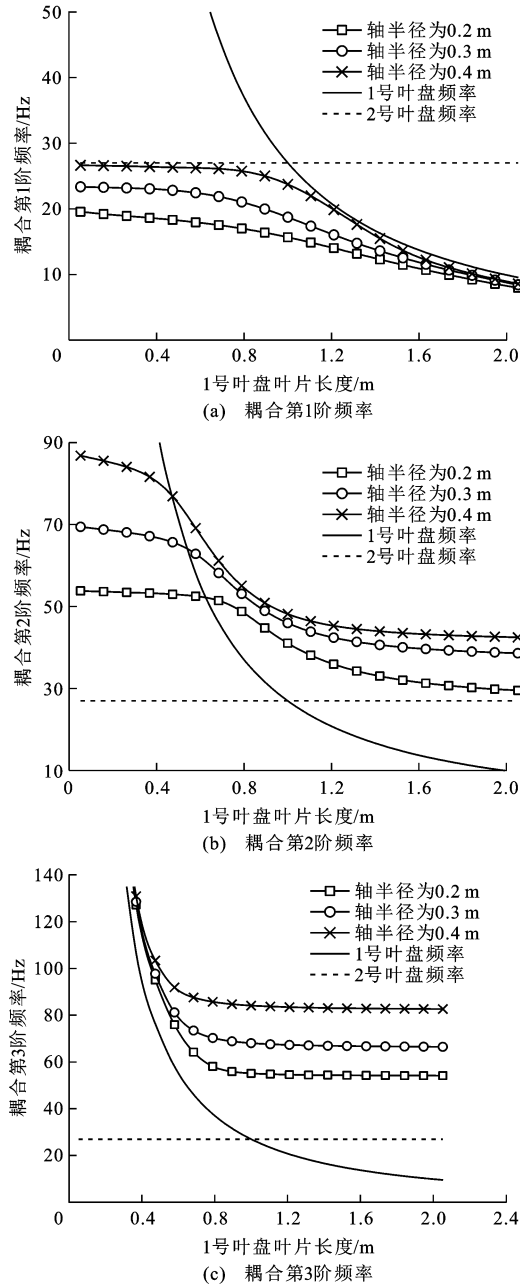


图8 耦合频率随1号叶盘叶片长度变化规律

Fig. 8 Variation laws of coupling frequency with blade length of 1st blade disc

叶盘固有频率,系统振动由2号叶盘主导,此时1号叶片长度继续增加对耦合第3阶频率的影响变得非常微弱,而轴半径的增加提高了轴转动惯量,对整体影响作用凸显。可见,叶片较长时,轴半径对耦合第3阶模态影响明显,叶片较短时,叶片长度对耦合第3阶频率影响明显。

2.3 多级叶盘相对位置对系统频率的影响

叶盘间距在0.1~0.6 m变化时,耦合频率变化规律如图9所示,可见:0转速下,耦合第1阶模态频率随叶盘间距的增大略有下降;耦合第2阶

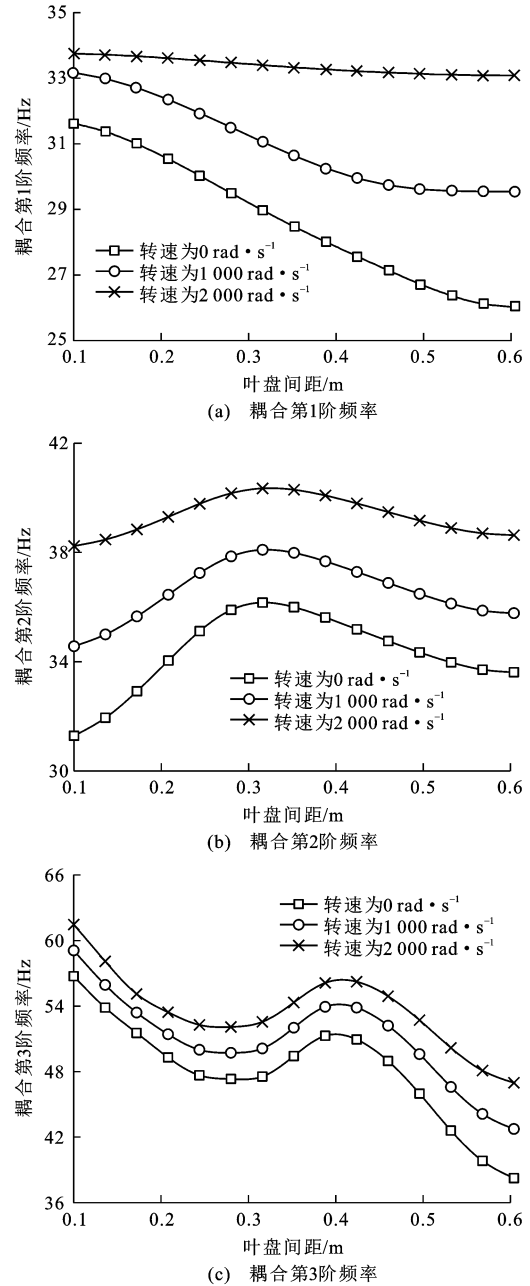


图9 叶盘间距对耦合频率的影响

Fig. 9 Influence of blade disc spacing on coupling frequency

模态在叶盘间距为0.3 m处出现极值,耦合第3阶模态频率在叶盘间距为0.3、0.4 m处出现2个极值。

出现上述特征的原因为:随着扭转阶次升高,轴上位移的节点逐渐增多,当叶盘处于轴扭转位移节点时,叶盘相对轴弯曲变形也较小;当叶盘处于轴扭转位移峰值点时,叶盘相对变形达到最大,节点处的叶盘对系统频率影响也越大,因此,随着阶次升高,频率曲线出现不同数目的极值点。

另外,由于耦合第1、2阶模态轴扭转阶次较低,变形较小,叶盘在耦合振动中占主导作用,当系统转

速由 0 升高至 $2\,000\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 后,叶片离心刚化作用逐渐增强,叶盘间距的影响相对减弱,见图 9(b),可见: 0 转速的频率波动范围为 $33\sim 37\text{ Hz}$;转速为 $2\,000\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 的频率波动范围为 $40\sim 42\text{ Hz}$,转速提高后,波动范围逐渐降低。

2.4 离心刚化作用对系统频率的影响

从上节研究可以看出,离心刚化作用对耦合频率的影响不能忽略。系统转速取 $0\sim 2\,000\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 时耦合第 1 阶频率如图 10(a)所示,可见:当叶片扭转角为 0° 时,频率曲线由 25 Hz 增加至 35 Hz ,在转速为 $1\,000\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 处出现转向;当叶片扭转角为 60°

时,频率曲线由 20 Hz 上升至 32 Hz ,频率转向点对应转速约为 $1\,500\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 。

耦合第 2 阶频率变化情况见图 10(b),可见:叶片扭转角为 0° 时的转向点对应转速为 $500\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$;叶片扭转角为 60° 时的转向点对应转速为 $1\,000\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$;3 条曲线中,叶片扭转角为 0° 的曲线随转速上升速度最快。

耦合第 3 阶频率变化情况见图 10(c),可见:叶片扭转角为 0° 时的转向点对应转速为 $750\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 左右;叶片扭转角为 60° 时的转向点对应转速为 $1\,250\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 左右;3 条曲线中,叶片扭转角为 0° 的曲线随转速上升速度最快。

上述结果表明,随着转速增加,3 阶频率曲线出现了频率转向,频率转向区域耦合作用最强。叶片扭转角越大,转向位置对应的转速越高,系统耦合区域也随之发生移动。

3 结 语

(1)建立了 2 级叶盘-轴耦合振动数学模型,并与有限元方法对比,表明频率计算误差在 1% 以内,说明此方法可用于分析多级叶盘系统中的叶片弯曲-轴扭转耦合振动问题。

(2)计算发现 2 级叶盘-轴耦合振动包含 3 类耦合模态,各阶模态频率存在边界:耦合第 1 阶频率以 2 级叶盘固有频率为上限;耦合第 2 阶频率以 2 级叶盘中较低的固有频率为下限;耦合第 3 阶频率以 2 级叶盘固有频率的最大值为下限。

(3)叶片长度小于 1 m 时,轴半径对耦合第 1、2 阶频率影响明显;叶片长度超过 1 m 后,叶片特征对耦合频率影响明显。随着叶盘间距增加,耦合频率曲线呈波动变化。耦合阶次越高,波动数目越多。转速由 0 上升至 $2\,000\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 后,耦合第 1~3 阶频率波动程度均降低,幅度分别为 $5, 3, 7\text{ Hz}$ 。调整叶盘间距可有效避开危险频率。

(4)考虑离心刚化作用后,耦合的 3 阶频率均出现上升。叶片扭转角由 0° 增加至 60° 后,耦合第 1~3 阶频率转向对应转速均升高 $500\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 左右。叶片扭转角的变化可显著改变耦合区域,降低正常工况下出现耦合振动的可能性。

参 考 文 献 :

References :

- [1] 张春宜,刘令君,孙旭东,等.基于双重响应面法的航空发动机叶片振动概率分析[J].推进技术,2017,38(4):918-924.
ZHANG Chun-yi, LIU Ling-jun, SUN Xu-dong, et al.

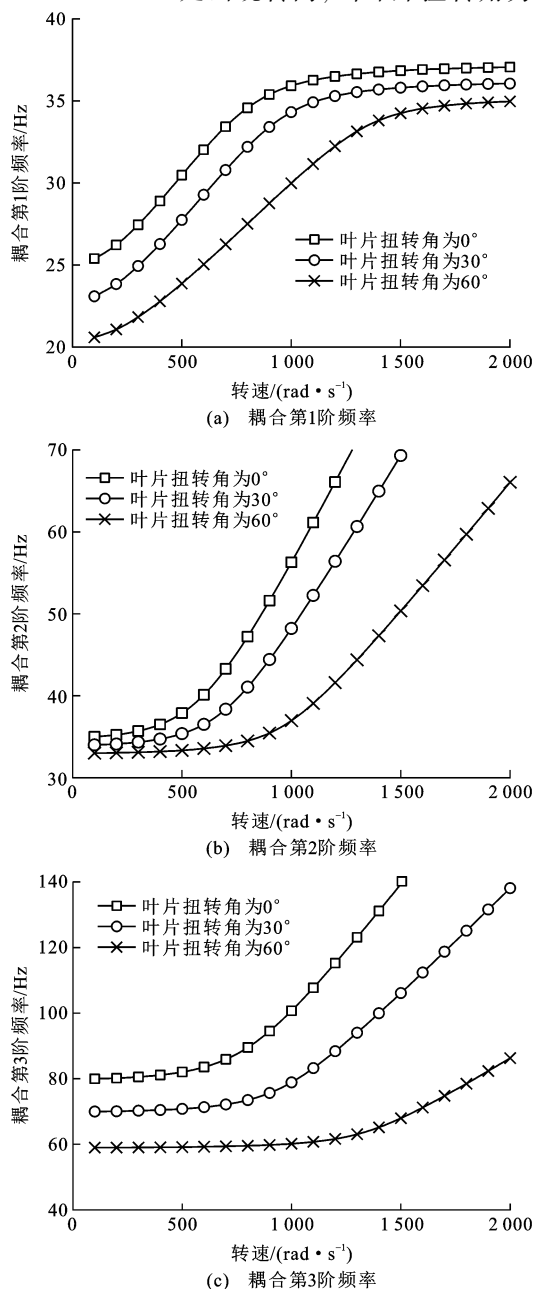


图 10 耦合频率随转速变化规律

Fig. 10 Changing rules of coupling frequency with rotation speed

- Vibration probability analysis of aero-engine blades based on double response surface method[J]. Journal of Propulsion Technology, 2017, 38(4): 918-924. (in Chinese)
- [2] 李 静,孙 强,李春旺,等.某型航空发动机机压气机叶片振动疲劳寿命研究[J].应用力学学报,2011,28(2):189-193.
LI Jing, SUN Qiang, LI Chun-wang, et al. Study on vibration fatigue life for aero-engine compressor blade[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2011, 28(2): 189-193. (in Chinese)
- [3] 王美令,陈 果.转子系统临界转速计算方法[J].交通运输工程学报,2009,9(6):59-63.
WANG Mei-ling, CHEN Guo. Computational method of critical speed for rotor-bearing system[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2009, 9(6): 59-63. (in Chinese)
- [4] 王延荣,田爱梅.叶/盘结构振动分析中几个问题的探讨[J].推进技术,2002,23(3):233-236.
WANG Yan-rong, TIAN Ai-mei. Several issues in the implementation of vibration analysis of bladed disk[J]. Journal of Propulsion Technology, 2002, 23(3): 233-236. (in Chinese)
- [5] 王立刚,曹登庆,胡 超,等.叶片振动对转子-轴承系统动力学行为的影响[J].哈尔滨工程大学学报,2007,28(3):320-325.
WANG Li-gang, CAO Deng-qing, HU Chao, et al. Effect of the blade vibration on the dynamical behaviors of a rotor-bearing system[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2007, 28(3): 320-325. (in Chinese)
- [6] AL-BEDOOR B O. Natural frequencies of coupled blade-bending and shaft-torsional vibrations[J]. Shock and Vibration, 2007, 14(1): 65-80.
- [7] 商大中,曹承佳,李宏亮.考虑刚体运动与弹性运动耦合影响的旋转叶片振动有限元分析[J].计算力学学报,2000,17(3):332-338.
SHANG Da-zhong, CAO Cheng-jia, LI Hong-liang. Finite element method of rotating blade with considering of the coupling of rigid body motion and elastic motion[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2000, 17(3): 332-338. (in Chinese)
- [8] 李克安,林左鸣,杨胜群,等.航空发动机转子叶片振动方程及其频率计算[J].航空学报,2013,34(12):2733-2739.
LI Ke-an, LIN Zuo-ming, YANG Sheng-qun, et al. Vibration equation and frequency computation of an aero-engine rotor blade[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(12): 2733-2739. (in Chinese)
- [9] 徐自力,谢 浩,PARK J P,等.成组叶片振动特性的三维数值模拟及实验研究[J].西安交通大学学报,2003,37(7):678-682.
XU Zi-li, XIE Hao, PARK J P, et al. Three-dimensional numerical simulation and experimental study on vibratory modes of group blades[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2003, 37(7): 678-682. (in Chinese)
- [10] 徐自力,窦柏通,范小平,等.基于分层模态综合法的大型汽轮发电机组转子-末级叶片耦合系统扭转振动分析[J].动力工程学报,2014,34(12):938-944.
XU Zi-li, DOU Bai-tong, FAN Xiao-ping, et al. Coupled torsional vibration analysis of shaft-last stage blade system in large turbo-generator units using CMS method with nested substructures[J]. Journal of Chinese Society of Power Engineering, 2014, 34(12): 938-944. (in Chinese)
- [11] LEE H, SONG J S, CHA S J, et al. Dynamic response of coupled shaft torsion and blade bending in rotor blade system[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2013, 27(9): 2585-2597.
- [12] MA Hui, LU Yang, WU Zhi-yuan, et al. Vibration response analysis of a rotational shaft-disk-blade system with blade-tip rubbing[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 107: 110-125.
- [13] HUANG Wen-hu. Free and forced vibration of closely coupled turbomachinery blades[J]. AIAA Journal, 1981, 19(7): 918-924.
- [14] MIKRUT P L, MORRIS S C, CAMERON J D. Compressor blade vibration measurements using blade image velocimetry[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2015, 137(6): 1-8.
- [15] 杨 辉,洪嘉振,余征跃.刚柔耦合建模理论的实验验证[J].力学学报,2003,35(2):253-256.
YANG Hui, HONG Jia-zhen, YU Zheng-yue. Experimental validation on modeling theory for rigid-flexible coupling system[J]. Acta Mechanica Sinica, 2003, 35(2): 253-256. (in Chinese)
- [16] 郑 彤,章定国,廖连芳,等.航空发动机叶片刚柔耦合动力学分析[J].机械工程学报,2014,50(23):42-49.
ZHENG Tong, ZHANG Ding-guo, LIAO Lian-fang, et al. Rigid-flexible coupling dynamic analysis of aero-engine blades[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(23): 42-49. (in Chinese)
- [17] 寇海军,张俊红,林杰威.航空发动机风扇叶片振动特性分析[J].西安交通大学学报,2014,48(11):109-114.
KOU Hai-jun, ZHANG Jun-hong, LIN Jie-wei. Aero-engine fan blade vibration characteristic analysis[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(11): 109-114. (in Chinese)
- [18] 杨建刚,高 鑫.大型旋转机械叶片-轴弯扭耦合振动问题的研究[J].动力工程,2003,23(4):2569-2573.
YANG Jian-gang, GAO Wei. Research on the coupled blade-bending and shaft-torsion vibration of rotating machinery[J]. Power Engineering, 2003, 23(4): 2569-2573. (in Chinese)
- [19] BAB S, KHADEM S E, ABBASI A, et al. Dynamic stability and nonlinear vibration analysis of a rotor system with flexible/rigid blades[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 105: 633-653.
- [20] OKABE A, KUDO T, YODA H, et al. Rotor-blade coupled vibration analysis by measuring modal parameters of actual rotor[C]//ASME. Proceedings of Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea, and Air. New York: ASME, 2009: 803-812.
- [21] OKABE A, SHIOHATA K, KUDO T, et al. Rotor-blade coupled torsional vibration analysis using modal parameters based on fem analyses and experiments[C]//ASME. Proceedings of ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress

- and Exposition. New York: ASME, 2010: 139-147.
- [22] YANG C H, HUANG S C. Coupling vibrations in rotating shaft-disk-blades system[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2007, 129(1): 48-57.
- [23] CHIU Y J, CHEN D Z. The coupled vibration in a rotating multi-disk rotor system[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2011, 53(1): 1-10.
- [24] KUDO T, SHIOHATA K, MATSUSHITA O, et al. Experimental study of torsional-bending coupled vibration of a rotor system with a bladed disk[C]//ASME. *Proceedings of the ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. New York: ASME, 2013: 1-10.
- [25] ZHOU Shui-ting, CHIU Yi-jui, YU Guo-fei, et al. An assumed mode method and finite element method investigation of the coupled vibration in a flexible-disk rotor system with lacing wires[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2017, 31(2): 577-586.
- [26] LIM H S, CHUNG J, YOO H H. Modal analysis of a rotating multi-packet blade system[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 325(3): 513-531.
- [27] LIM H S, HONG H Y. Modal analysis of a multi-blade system undergoing rotational motion [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2009, 23(8): 2051-2058.