

文章编号:1671-1637(2016)05-0049-08

## 重载货车车轮磨耗与动力学性能演变

李亨利<sup>1</sup>, 李 蒂<sup>1</sup>, 王新锐<sup>2</sup>, 杨继震<sup>3</sup>

(1. 西南交通大学 机械工程学院, 四川 成都 610031; 2. 中国铁道科学研究院, 北京 100010;  
3. 北京奥斯普工程科技有限公司, 北京 100010)

**摘 要:**基于多体动力学软件 SIMPACK 建立了考虑车轮磨耗过程的车辆动力学模型, 编制了自动实现轮轨迭代计算程序, 并将车辆动力学模型、轮轨接触模型、轮轨磨耗模型、轮轨外形更新及运行工况统一组织在动力学软件中。采用内嵌 SIMPACK 软件的子程序进行动力学计算和磨耗过程的工况和数据组织, 采用 FASTSim 算法进行车辆动力学计算, 采用 Contact 算法进行磨耗计算, 并构成在线自动磨耗计算循环, 无需外部程序的协同仿真和数据交互。基于 C80B 型敞车在大秦线的运行环境, 研究了车轮磨耗和车辆动力学性能在车辆运用过程中的演变。研究表明: 车轮踏面磨耗深度和车轮全断面磨耗面积均与运行里程呈近似线性关系, 每  $1.0 \times 10^5$  km 的车轮磨耗深度和磨耗面积分别约为 1.68 mm 和  $100.63 \text{ mm}^2$ ; 随着车辆运行里程的增加, 车轮磨耗与车辆动力学性能也随之恶化, 车辆运行  $2.5 \times 10^5$  km 后, 车辆横向运行平稳性从新车工况下的优级下降为良级, 脱轨系数、轮重减载率与曲线通过轮轴横向力等车辆运行安全性指标均较新车状态增大 50% 以上。

**关键词:**车辆工程; 重载货车; 动力学性能; 车轮磨耗; 三大件转向架; 大秦线

**中图分类号:** U270.33 **文献标志码:** A

## Evolution of wheel wear and dynamics performance of heavy haul freight car

LI Heng-li<sup>1</sup>, LI Fu<sup>1</sup>, WANG Xin-rui<sup>2</sup>, YANG Ji-zhen<sup>3</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China;  
2. China Academy of Railway Sciences, Beijing 100010, China; 3. Global Engineering Technology Group, Beijing 100010, China)

**Abstract:** The vehicle dynamics model considering wheel wear process was established based on a multi-body dynamics software of SIMPACK. The program of wheel/rail iterative automatic computation was programmed. Vehicle dynamics model, wheel/rail contact model, wheel/rail wear model, wheel/rail profile update and operation condition were integrated in the dynamics software. The subprogram embed in software SIMPACK was adopted to carry out the dynamics calculation and to organize the condition and data in wear process. The FASTSim algorithm was adopted to carry out the dynamics calculation of vehicle. Contact algorithm was adopted to carry out the wear calculation. The online automatic wear calculation cycle was formed without the co-simulation and data exchange of external program. Based on the operating environment of

收稿日期: 2016-05-27

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50975238); 四川省科技支撑计划项目 (2013GZX0142); 中央高校基本科研业务费专项资金项目 (SWJTU12CX041)

作者简介: 李亨利 (1981-), 男, 四川大竹人, 中车眉山车辆有限公司高级工程师, 西南交通大学工学博士研究生, 从事车辆系统动力学研究。

导师简介: 李 蒂 (1956-), 男, 云南昆明人, 西南交通大学教授, 工学博士。

Daqin Lines for the C80B gondola, the evolution processes of wheel wear and dynamics performance during vehicle operation were studied. Analysis result indicates that the relationships between wheel tread wear depth, wheel full-section wear area and the operation mileage are both approximately linear, and wheel wear depth and wear area are about 1.68 mm and 100.63 mm<sup>2</sup> per 100 000 km respectively. With the increase of operation mileage, the wheel wear and dynamics performance will deteriorates. With 250 000 km operation mileage, the vehicle lateral riding quality decreases from the “excellent” rank of new car to “good” rank, and the indexes of running safety such as derailment coefficient, wheel unloading rate and lateral wheelset force of negotiating, increase by at least 50% compared to new car. 16 figs, 22 refs.

**Key words:** vehicle engineering; heavy haul freight car; dynamics performance; wheel wear; three-piece bogie; Daqin Line

**Author resumes:** LI Heng-li(1981-), male, senior engineer, doctoral student, +86-28-38098063, li\_hengli@163.com; LI Fu(1956-), male, professor, PhD, +86-28-87601881, liswjtu@sohu.com.

## 0 引 言

随着运行里程的增加,铁路货车三大件转向架车轮、斜楔、承载鞍与旁承等关键部件的干摩擦、配合间隙等特征将不断改变,从而影响车辆动力学性能。在重载货车实际运营中,车轮是磨耗速率最快的部件,对车辆动力学性能影响较为显著,因此,在美国 AAR 标准体系中,车轮磨耗状态下的车辆动力学性能是强制性的试验工况<sup>[1]</sup>。

国内外对车轮磨耗及由此带来的车辆动力学问题进行了大量的研究,采用的手段主要为系统动力学仿真方法。Rezvani 等采用多体动力学软件 ADAMS、SIMPACK 与 MATLAB 联合仿真的方法研究了轮轨磨耗,得出了降低轮轨磨耗的技术措施是降低轮对定位刚度和簧下质量的结果<sup>[2-3]</sup>;Fröhling 等对南非 Spoornet 重载车辆和钢轨的轮轨磨耗和接触疲劳进行了观测,并以南非运煤线的线路状况为背景,对车辆车轮不均匀磨耗的现象进行了仿真再现,从车辆运行安全性和经济性的角度对车轮磨耗限度尤其是踏面凹槽形磨耗的限度进行了研究,提出了控制车轮磨耗和滚动接触疲劳的系列措施<sup>[4-6]</sup>;Matsumoto 等研究了车辆运行速度、轮轨摩擦因数影响轮轨磨耗的条件,并发展了车载摩擦反馈控制系统来降低磨耗<sup>[7-8]</sup>;Jin 等研究了车轮弹性变形、不圆、踏面剥离、轨接头、道岔及其他冲击载荷作用产生轮轨瞬态动力作用对磨耗的影响,以及钢轨特定磨耗形式如波磨的形成机理等<sup>[9-12]</sup>;罗仁等基于轮轨接触蠕滑机理,采用 MATLAB 进行磨耗数据处理,对重载车辆的车轮磨耗进行较为系统的研究<sup>[13-17]</sup>;常崇义等应用非线性有限元分析

软件 ABAQUS 建立三维动态有限元模型,对轮轨材料的滚动磨损进行计算<sup>[18]</sup>;干锋等采用 TPLWRSim 和 UM 软件,计算了不同踏面等效锥度下高速动车组的轮轨接触关系和车轮踏面磨耗<sup>[19-21]</sup>。

上述研究通常将实际车轮外形作为动力学分析的输入条件,而忽略车轮磨耗和动力学性能的演变过程。事实上,车轮磨耗和车辆动力学性能均是逐渐演变并相互影响的,输入单一车轮磨耗外形只能得到车辆运营中某一特定状态下的动力学性能。另一方面,现有研究一般采用数据处理软件实现离线轮轨磨耗计算,没有实现多体动力学软件和轮轨磨耗程序的内嵌式迭代计算,因此,计算速度慢,只能分析较为单一的运用工况,得出约束条件很强的结论。为此,本文建立车辆运行过程中车轮磨耗与车辆动力学性能的动态分析模型,研究运用中车辆动力学性能的演变,将对铁路货车车辆全寿命服役性能设计具有工程实用价值。

## 1 数学模型和研究方法

本文在 SIMPACK 动力学软件中构建车辆动力学模型、车轮磨耗模型与车轮外形更新迭代计算的批处理模型,计算的基本流程见图 1:输入必要的参数和配置后,先通过车辆动力学模型计算得到轮轨接触斑的基本动态信息,再由轮轨接触模型进行进一步计算,得到更精确的接触状态,然后由磨耗模型去除材料,改变车轮外形,将新外形重新输入车辆动力学模型进行磨耗循环计算,车辆每运行一段距离,完成上述计算流程一次,得到车轮磨耗后的外形并进行更新。

由于实际线路运行工况十分复杂,研究车辆在特定线路车轮磨耗时,需要对构成线路的典型工况

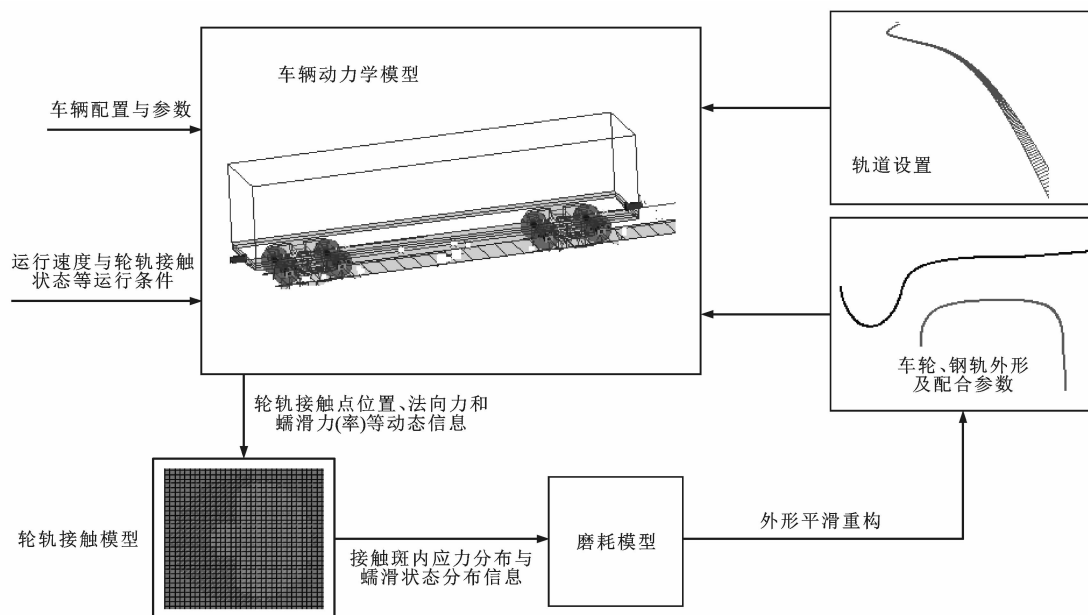


图 1 计算流程

Fig. 1 Calculation flow

分别计算,然后按照各工况所占比例进行加权得到磨耗最终计算结果。为反映车辆在实际运行中的主要工况,计算中根据特定的线路构成、运行速度、空重车等按照一定的比例设置计算工况组。当完成一次计算工况组的动力学计算后,更新一次车轮外形,完成一个计算周期,见图 2,  $R_i$  为第  $i$  种曲线设置,包含超高、曲线半径与长度等信息,  $v_j$  为第  $j$  级运行速度。按前述方法编制的批处理程序重复进行这种周期计算,可得到车轮磨耗和车辆动力学性能随运行里程增加而逐渐变化的过程。

在图 1 的计算过程中,车辆动力学模型是仿真计算的基础。以在大秦线装配转 K6 型侧架交叉支撑转向架的 C80B 型运煤敞车为研究对象,建立动力学模型见图 3。模型由车体、摇枕、侧架、斜楔、承载鞍和轮对等刚体组成,弹簧、橡胶堆、侧架交叉杆简化为悬挂力函数,心盘、旁承、斜楔接触面为平面

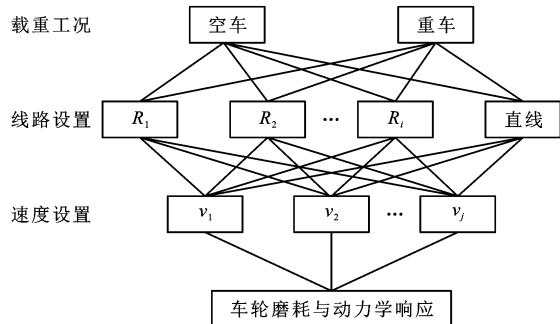


图 2 运行工况组合

Fig. 2 Operation conditions assembly

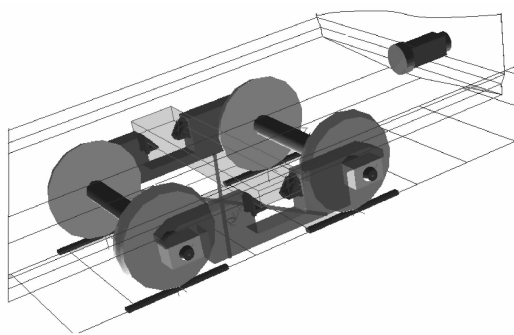


图 3 车辆动力学模型

Fig. 3 Vehicle dynamics model

接触单元,所有间隙作为非线性函数输入<sup>[15]</sup>。线路设置、运行速度、载荷工况与轮轨外形等作为车辆动力学模型的输入文件由编制的批处理脚本调用,从而形成多工况下的车轮磨耗和动力学性能的计算结果。按大秦线的实际情况,初始车轮外形设为标准 LM 踏面,重车和空车运行方向铺设的钢轨分别为标准 75、60  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$  钢轨外形,轨道激励为 AAR5 级谱。采用 FASTSim 程序求解轮轨接触力,先得出轮轨接触斑的位置、接触斑受到的外部作用力总和以及椭圆接触斑的大致形状。每个工况计算结束后,由 SIMPACK 内置的 Contact 程序对接触斑进行单元格划分,进一步计算得到接触斑形状、每个单元格的法向力、蠕滑力和蠕滑率。本文采用的 Contact 程序是在 Kalker 三维弹性滚动接触算法基础上编制的第三程序包<sup>[20-21]</sup>,可与 SIMPACK 软件直接在线交互数据,计算得到接触斑的非椭圆外形,并将

接触斑划分为若干子单元。程序分别计算得到单元的法向力、蠕滑力和蠕滑率分布,最终将这些参数代入磨耗模型,得到每一个子单元的磨耗和接触斑内的磨耗分布。Contact 程序采用非赫兹弹性接触算法,可以得到比 FASTSim 更精确的接触斑外形和应力分布,从而提高计算精度。车辆动力学模型采用 FASTSim 得到动态轮轨响应,而后采用 Contact 程序得到更精确接触状态,既可得到适当的精度,又

可提高计算速度。

计算每个接触斑磨耗时,先分别计算每个单元格的磨耗深度,再将单元格磨耗深度按车轮截面叠加得到该接触斑在车轮截面上的磨耗密度。车轮每滚动一圈的每个截面可以视为一个单独接触斑作用,在一圈范围内取若干接触斑分别计算每个接触斑的磨耗深度,然后将每个接触斑磨耗深度叠加,求均值得到车轮滚动一圈车轮材料的去除深度,见图 4。

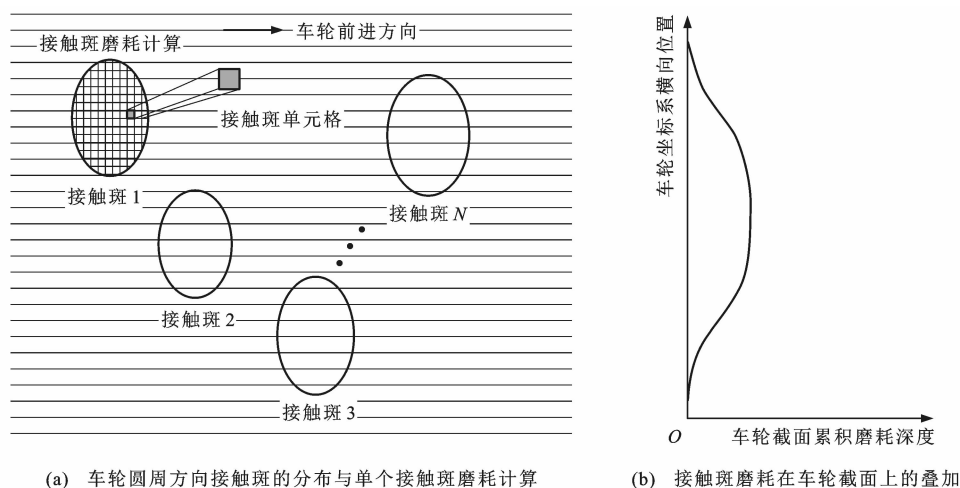


图 4 接触斑磨耗与车轮截面磨耗

Fig. 4 Contact patch wear and wheel section wear

由于滚动和接触斑的位置基本是连续变化的,对于每个车轮的几何断面磨耗总量,是多个接触斑(1~N 个)连续滚动造成的综合效果。虽然每个接触斑在该断面处的位置不一样,有些是接触斑前部某位置(如第 1 个接触斑),有些是后部某位置(如第 N 个接触斑),但考虑到车轮滚过这一断面的时间极短暂,可以认为这 N 个接触斑形状和受力状态相近,就可以用其中一个接触斑中所有部分叠加来代替 1~N 个接触斑不同部位计算车轮某一几何断面的磨耗。另一方面,车轮计算几何断面对车轮周向是连续的,当动力学计算的采样频率越大,计算几何断面的间隔越小。考虑到计算量扩大的影响,本次计算取车轮滚动 60°的时间作为间隔,即每圈取 6 个断面进行平均磨耗计算,这样可以充分考虑到接触斑位置的随机影响。

材料去除的法则采用 Archard 磨耗模型<sup>[22]</sup>,接触斑内每个单元格车轮材料去除体积  $V_w$  为

$$V_w = k \frac{p l}{3 \sigma_s} = k \frac{p l}{H} \quad (1)$$

$$l = \sqrt{\left( \int_{\Delta t} \xi_x dt \right)^2 + \left( \int_{\Delta t} \xi_y dt \right)^2} \quad (2)$$

式中: $H$  为材料硬度; $p$  为法向压力; $l$  为滑动距离;

$\sigma_s$  为车轮材料的屈服强度; $k$  为磨耗系数,由接触状态决定; $\xi_x$ 、 $\xi_y$  分别为单元格内的纵、横向蠕滑率; $\Delta t$  为动力学计算时的积分步长; $t$  为时间变量。

磨耗深度  $h$  的计算公式为

$$h = V_w / s \quad (3)$$

式中: $s$  为接触斑单元格的面积。

式(1)~(3)中的  $p$ 、 $\xi_x$ 、 $\xi_y$ 、 $s$  均由 Contact 程序给出。

## 2 计算结果分析

### 2.1 车轮磨耗的演变

由于车辆和线路的对称性,车辆各轮对磨耗规律基本一致,图 5 给出了 C80B 型敞车在大秦线运用时车辆一位轮对磨耗与运行里程的关系。分析车轮磨耗后外形的变化趋势可知:随着里程的增加,车辆磨耗程度逐渐加深,磨耗范围也逐渐向车轮内外扩展;磨耗向车轮内侧扩展加深轮缘磨耗,向外扩展去除更多的车轮金属,减轻车轮的凹陷,但运行里程越长,车轮发生凹陷的趋势越明显;在所计算的工况下,车轮磨耗最大值发生在车轮踏面基点外侧约 10~20 mm 区域内,这种磨耗将使车轮断面在外侧出现负曲率,因此,一旦接触发生在这些区域,这些

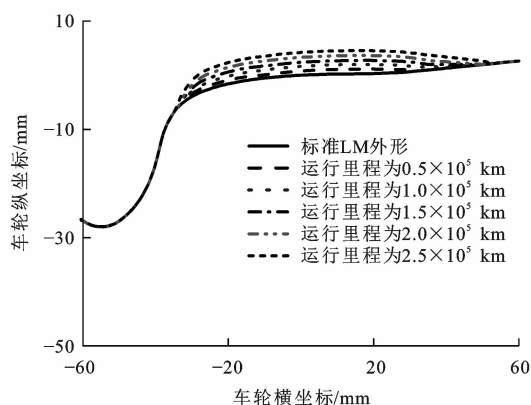


图5 车轮磨耗外形与运行里程的关系

Fig. 5 Relationship between wheel wear profile and running distance

部位的金属将很快被磨耗,这也是轮缘区域磨耗范围扩展慢于车轮外侧的原因。

定义车轮磨耗深度为车轮上材料去除的最大深度,车轮磨耗面积为车轮磨耗外形与标准 LM 外形包络区域的面积,以此衡量车轮磨耗的程度。不失一般性,一位轮对左侧车轮磨耗的仿真分析结果见图 6。尽管车轮磨耗是随运行工况和轮轨接触本身工况影响的动态变化过程,但在本次计算的大秦线特定工况下所得到的车轮磨耗深度和磨耗面积与运行里程近似呈线性关系。每运行  $1.0 \times 10^5$  km 里程磨耗深度约为 1.68 mm,磨耗面积约为  $100.63 \text{ mm}^2$ 。

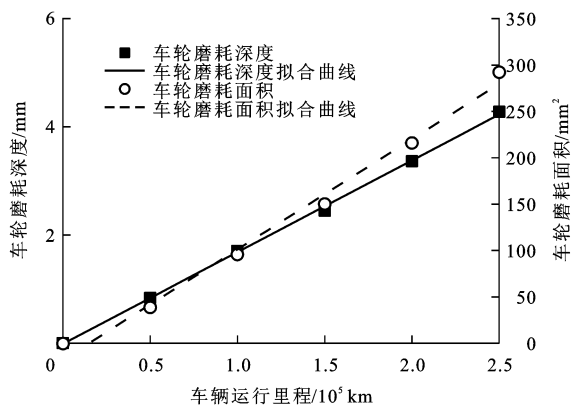


图6 车轮磨耗与运行里程的关系

Fig. 6 Relationships between wheel wears and running distance

## 2.2 车辆直线动力学性能的演变

一般认为,车辆在直线运行时的稳定性和安全性应优先考虑空车工况。图 7、8 分别给出了空车在直线上以  $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  运行时,车辆运行平稳性和安全性指标随运行里程变化的情况。总体上,车辆直线运行平稳性随着运行里程增加而逐渐恶化:新车辆的横向平稳性为 2.78,满足《铁道车辆动力

学性能评定和试验鉴定规范》(GB 5599—85) (简称《标准》)规定的优级水平,车辆运行  $2.0 \times 10^5$  km 后横向平稳性变为 3.65,降低为《标准》规定的良级;另一方面,车辆垂向平稳性变化平缓,从新车到运行  $2.5 \times 10^5$  km 后,横向平稳性仅从 3.22 增大为 3.41。可见,车轮磨耗后将主要影响车辆的横向平稳性。从图 8 可知:车辆运行里程增加后,车辆直线运行时的表征运行安全性的脱轨系数和轮重减载率将显著增大,运行  $2.5 \times 10^5$  km 后,上述指标比新车工况分别增大 53.66% 和 60.71%。

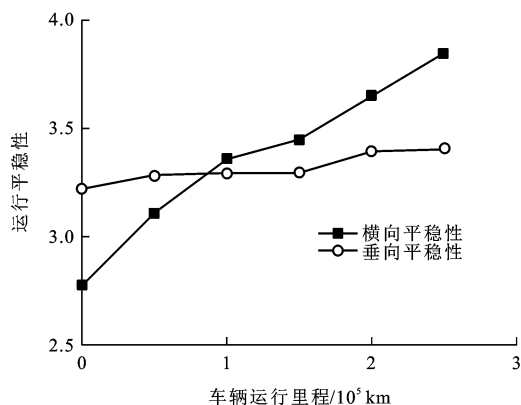


图7 运行平稳性与运行里程的关系

Fig. 7 Relationships between riding qualities and running distance

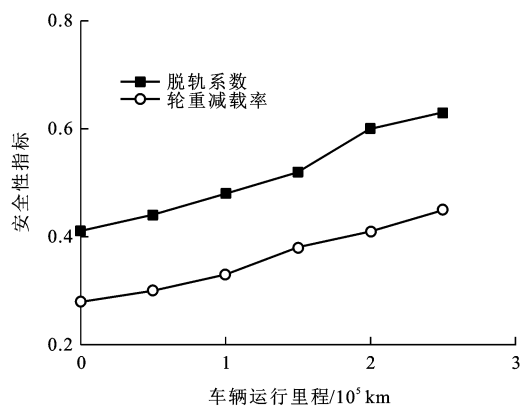


图8 运行安全性指标与运行里程的关系

Fig. 8 Relationships between running safety indexes and running distance

实际运用发现,当车辆车轮镟修后车辆的运行状态均较好,而临近段修的车辆被布置在道旁的车辆动力学性能检测系统 TPDS 中报警的概率显著增加。为验证这一现象,2014 年中国铁道科学研究院对运用货车进行了运行状态下的稳定性试验。试验线路为北京铁路局京广线下行线琉璃河至柳辛庄、上行线正定至琉璃河南间的直线。被试车辆为运用中的空车,轮对从运用检修现场磨耗车轮中挑选。在试验中,将车辆运行里程长、车轮磨耗

严重的工况定义为磨耗水平 1, 运行里程短、车轮磨耗轻微的工况定义为磨耗水平 2。图 9~12 为与本文计算车辆结构相近的 C70 型敞车的部分试验结果。从试验结果可以看出: 车轮磨耗水平为 1 时, 脱轨系数、轮重减载率和车辆横向平稳性明显大于车轮磨耗水平 2 的结果, 垂向平稳性在 2 种车轮磨耗水平时无明显变化, 结果印证了前述理论计算得到的车辆直线动力学性能随车辆运行里程变化的规律。

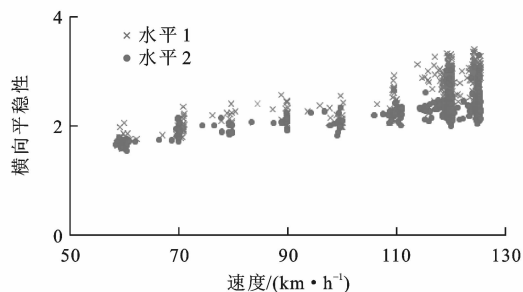


图 9 车轮磨耗状态下的横向平稳性

Fig. 9 Lateral riding qualities under worn wheels conditions

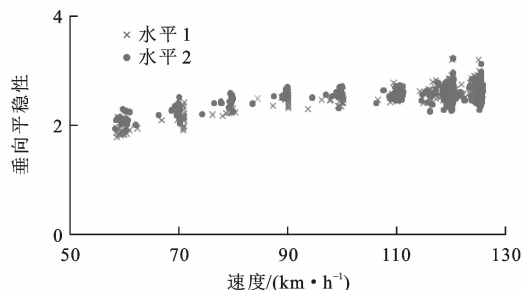


图 10 车轮磨耗状态下的垂向平稳性

Fig. 10 Vertical riding qualities under worn wheels conditions

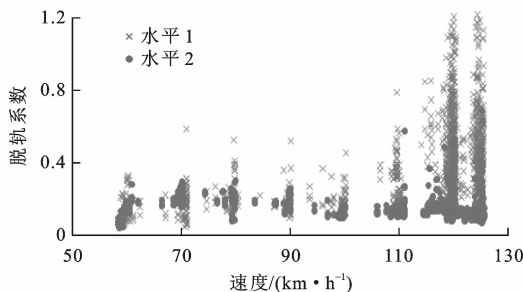


图 11 车轮磨耗状态下的脱轨系数

Fig. 11 Derailment coefficients under worn wheels conditions

### 2.3 车辆曲线通过性的演变

图 13~16 为重车以均衡速度通过不同半径曲线时动力学响应的计算结果。随着车辆运行里程增加, 车轮磨耗不断加剧, 呈现出图 5 的凹槽形, 从而改变车轮导向能力。车辆在计算半径分别为 400、600、800 m 的曲线上运行时, 轮对冲角在运行初期  $5.0 \times 10^4$  km 内变化较快, 之后变化较为平缓。轮轴横向力

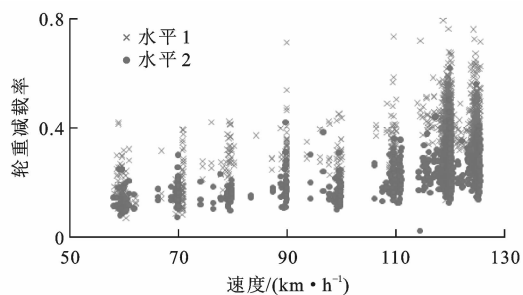


图 12 车轮磨耗状态下的轮重减载率

Fig. 12 Wheel unloading rates under worn wheels conditions

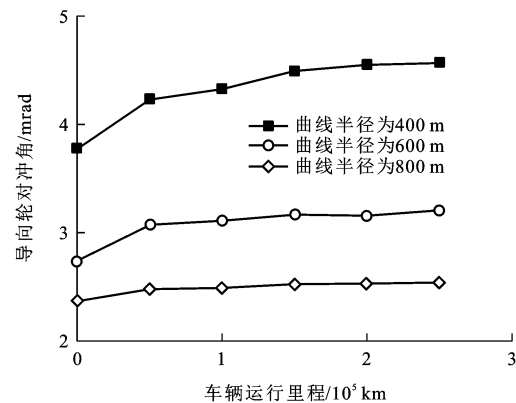


图 13 轮对冲角曲线

Fig. 13 Curves of wheelset attack angle

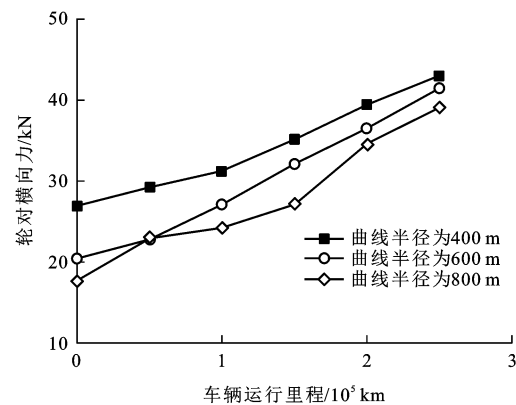


图 14 轮对横向力曲线

Fig. 14 Lateral force curves of wheelset

则随运行里程增加持续明显增大, 例如车辆通过半径为 400 m 曲线时, 初始轮轴横向力约为 26.9 kN, 运行  $2.5 \times 10^5$  km 后增大到约为 43.1 kN, 增加了约 60%。车辆曲线通过的脱轨系数和轮重减载率的变化大致可分为 2 个阶段: 运行  $1.0 \times 10^5$  km 内变化较小, 在  $1.0 \times 10^5 \sim 2.5 \times 10^5$  km 变化较大。从以上计算结果可见: 随着车轮磨耗的加深, 车辆在曲线上的运行安全性与对线路的横向作用是一个必须重视的方面, 这也是美国 AAR 标准规定新造车辆的动力学性能鉴定试验必须采用指定的磨耗车轮的原因。

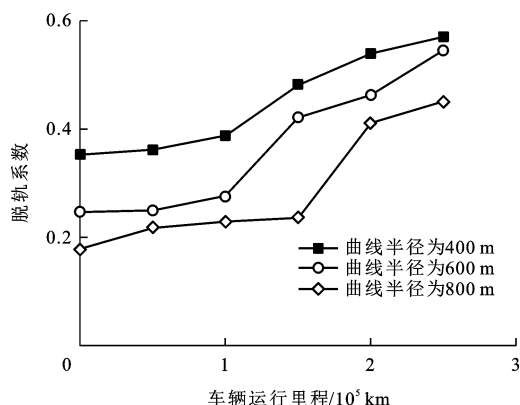


图15 脱轨系数曲线

Fig. 15 Curves of derailment coefficient

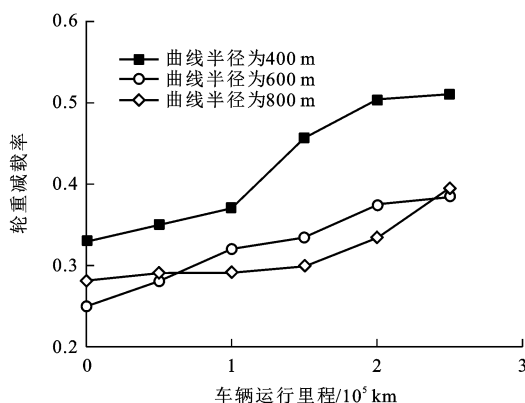


图16 轮重减载率曲线

Fig. 16 Curves of wheel unloading rate

### 3 结 语

(1)本文采用 Archard 磨耗模型与 Contact 轮轨接触模型,建立了考虑车轮磨耗的车辆动力学动态模型,可预测车辆运用中各阶段的车轮外形和服役过程车辆动力学性能变化的趋势,是研究车辆产品寿命周期内性能变化的一种可行方法。

(2)在所计算的 C80B 车辆和大秦线运行工况下,车轮初期磨耗发生在车轮踏面基点附近区域内,随着运行里程的增加,磨耗向车轮内侧发展形成轮缘磨耗,向外车轮外侧发展去除金属逐渐扩大磨耗区域,并由此形成车轮外形的凹陷。

(3)虽然车轮磨耗和外形的改变是一个复杂的非线性过程,但车轮踏面磨耗深度和磨耗面积与车辆运行里程呈现出线性关系,C80B 车辆每运行  $1.0 \times 10^5$  km 的车轮磨耗深度约为 1.68 mm,磨耗面积约为 100.63 mm<sup>2</sup>,这一规律对预测车轮镟修的维修周期具有重要意义。

(4)车轮磨耗对车辆动力学性能具有显著影响:运行里程  $2.5 \times 10^5$  km 后的车辆,以设计速度

120 km·h<sup>-1</sup>运行时,直线脱轨系数和轮重减载率可增大 50% 以上,横向平稳性也将从新车时的优级变为良级,但磨耗车轮对车辆垂向平稳性影响较小,计算结果和现场试验均显示了这些趋势。计算还表明,车轮磨耗后车辆曲线通过性能也将显著下降。

(5)在车辆设计时,研究车辆动力学性能与车轮磨耗在运用中的耦合作用,采用特定车轮外形对新造车辆进行动力学性能的试验鉴定,对保证车辆在实际运用中的技术经济性有重要价值。

### 参考文献:

### References :

- [1] 李亨利,李 芾,傅茂海,等.斜楔摩擦减振器建模及动力学分析[J].铁道科学与工程学报,2015,12(5):1191-1199.  
LI Heng-li, LI Fu, FU Mao-hai, et al. Dynamic modeling and simulation of wedges friction damper[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2015, 12(5): 1191-1199. (in Chinese)
- [2] REZVANIM A, OWHADI A, NIKSAI F. The effect of worn profile on wear progress of rail vehicle steel wheels over curved tracks[J]. Vehicle System Dynamics, 2009, 47(3): 325-342.
- [3] AUCIELLO J, IGNESTIA M, MALVEZZIB M, et al. Development and validation of a wear model for the analysis of the wheel profile evolution in railway vehicles[J]. Vehicle System Dynamics, 2012, 50(11): 1707-1734.
- [4] FRÖHLING R, SPANGENBERG U, HETTASCH G. Wheel/rail contact geometry assessment to limit rolling contact fatigue initiation at high axle loads[J]. Vehicle System Dynamics, 2012, 50(S): 319-334.
- [5] FRÖHLING R D. Analysis of asymmetric wheel profile wear and its consequences[J]. Vehicle System Dynamics, 2006, 44(S): 590-600.
- [6] CROFT B, JONES C, THOMPSON D. Velocity-dependent friction in a model of wheel-rail rolling contact and wear[J]. Vehicle System Dynamics, 2011, 49(11): 1791-1802.
- [7] MATSUMOTO K, TOMEOKA M, IWAMOTO A, et al. Wheel/rail friction control with feedback system detecting yaw moment of wheelset[J]. Vehicle System Dynamics, 2009, 47(7): 791-804.
- [8] 干 锋,戴焕云,高 浩.磨耗车轮踏面精确轮轨接触关系计算方法[J].交通运输工程学报,2014,14(3):43-51.  
GAN Feng, DAI Huan-yun, GAO Hao. Calculation method of accurate of wheel-rail contact relationship of worn wheel treads[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2014, 14(3): 43-51. (in Chinese)
- [9] JIN Xue-song. Key problems faced in high-speed train operation[J]. Journal of Zhejiang University, Science A: Applied Physics and Engineering, 2014, 15(12): 936-945.
- [10] IWICKI S D. The effect of profiles on wheel and rail damage[J]. International Journal Vehicle Structures and

- Systems, 2009, 1(4): 99-104.
- [11] 王 璞,高 亮,蔡小培.重载铁路钢轨磨耗演变过程的数值模拟[J].铁道学报,2014,36(10):70-75.  
WANG Pu, GAO Liang, CAI Xiao-pei. Numerical simulation of rail wear evolution of heavy-haul railways[J]. Journal of the China Railway Society, 2014, 36(10): 70-75. (in Chinese)
- [12] SAWLEY K, URBAN C, WALKER R. The effect of hollow-worn wheels on vehicle stability in straight track[J]. Wear, 2005, 258(7): 1100-1108.
- [13] 罗 仁,曾 京,鄒平波,等.高速列车轮轨参数对车轮踏面磨耗的影响[J].交通运输工程学报,2009,9(6):47-53,63.  
LUO Ren, ZENG Jing, WU Ping-bo, et al. Influence of wheel/rail parameters on wheel profile wear of high speed train[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2009, 9(6): 47-53, 63. (in Chinese)
- [14] 李 霞,金学松,胡 东.车轮磨耗计算模型及其数值方法[J].机械工程学报,2009,45(9):193-200.  
LI Xia, JIN Xue-song, HU Dong. Theoretical model and numerical method of wheel profile wear[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(9): 193-200. (in Chinese)
- [15] 丁军君,孙树磊,李 芾,等.重载货车车轮磨耗仿真[J].交通运输工程学报,2011,11(4):56-60.  
DING Jun-jun, SUN Shu-lei, LI Fu, et al. Simulation of wheel wear for heavy haul freight car[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2011, 11(4): 56-60. (in Chinese)
- [16] 张 铁,张 军,张 剑.不同磨耗阶段轮轨型面匹配下重载货车的动态性能[J].大连交通大学学报,2014,35(1):6-10.  
ZHANG Tie, ZHANG Jun, ZHANG Jian. Dynamics analysis of heavy-haul freight wagons based on matching of different worn wheel/rail profiles[J]. Journal of Dalian Jiaotong University, 2014, 35(1): 6-10. (in Chinese)
- [17] 熊嘉阳,邓永权,曹亚博,等.重载铁路轮轨磨耗及其对安全运行的影响[J].西南交通大学学报,2014,49(2):302-309.  
XIONG Jia-yang, DENG Yong-quan, CAO Ya-bo, et al. Wheel-rail wear on heavy haul lines and its influences on running stability of trains[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2014, 49(2): 302-309. (in Chinese)
- [18] 常崇义,王成国,金 鹰.基于三维动态有限元模型的轮轨磨耗数值分析[J].中国铁道科学,2008,29(4):89-95.  
CHANG Chong-yi, WANG Cheng-guo, JIN Ying. Numerical analysis of wheel/rail wear based on 3D dynamic finite element model[J]. China Railway Science, 2008, 29(4): 89-95. (in Chinese)
- [19] 干 锋,戴焕云,高 浩,等.铁道车辆不同踏面等效锥度和轮轨接触关系计算[J].铁道学报,2013,35(9):19-24.  
GAN Feng, DAI Huan-yun, GAO Hao, et al. Calculation of equivalent and wheel-rail contact relationship of different railway vehicle treads[J]. Journal of the China Railway Society, 2013, 35(9): 19-24. (in Chinese)
- [20] KALKER J J. Wheel-rail rolling contact theory[J]. Wear, 1991, 144(4): 243-261.
- [21] VOLLEBREGT E A H. User guide for CONTACT, Vollebregt and Kalker's rolling and sliding contact model[R]. Delft: VORtech, 2014.
- [22] ARCHARD J F. Contact and rubbing of flat surfaces[J]. Journal of Applied Physics, 1953, 24(8): 981-988.