

文章编号:1671-1637(2016)03-0133-09

## 基于 Logistic 模型的混合自行车流量-密度关系

周 旦<sup>1,2</sup>, 马晓龙<sup>1</sup>, 金 盛<sup>1</sup>, 王殿海<sup>1</sup>

(1. 浙江大学 建筑工程学院, 浙江 杭州 310058;

2. 桂林电子科技大学 建筑与交通工程学院, 广西 桂林 541004)

**摘 要:**针对非机动车道路内电动自行车与传统自行车混合行驶的交通现象,在分析混合自行车交通流特性的基础上引入 Logistic 模型,利用数值分析方法建立了适用于描述混合自行车流量-密度关系的数学模型与自行车道通行能力计算模型,利用杭州市 6 个路段的实测数据进行数据拟合,得到了通行能力估计值,对车流样本中的最大速度、自由流速度、最佳密度进行了参数敏感性分析。研究结果表明:6 个路段数据的拟合优度分别为 0.92、0.93、0.93、0.95、0.98、0.96,通行能力分别为 2 968、2 641、2 687、2 754、2 646、3 065  $\text{bic} \cdot (\text{h} \cdot \text{m})^{-1}$ ,因此,模型能较好地描述城市混合自行车交通流在不同状态下的变化特征,为进一步揭示城市自行车道内混合自行车交通流运行机理提供了新的思路。

**关键词:**城市道路交通;混合自行车交通流;电动自行车;流量-密度关系;Logistic 模型

**中图分类号:**U491.26

**文献标志码:**A

## Flow-density relationship of mixed bicycles based on Logistic model

ZHOU Dan<sup>1,2</sup>, MA Xiao-long<sup>1</sup>, JIN Sheng<sup>1</sup>, WANG Dian-hai<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China;

2. School of Architecture and Transportation Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, Guangxi, China)

**Abstract:** Aiming at the traffic phenomena of electric bicycle and traditional bicycle mixed driving on non-motorized road, logistic model was introduced based on the analysis of mixed bicycles' flow characteristic, the numerical analysis method was used to build the mathematical model, to suitably describe the flow-density relationship of mixed bicycles, and the calculation model of bicycle lanes' traffic capacity was proposed. The data fitting was carried out based on the field data of six road sections in Hangzhou, the estimation values of traffic capacity were obtained, and the parameter sensitivity analysis was carried out for the maximal speed in bicycle flow samples, the speed of freedom flow and the optimal density. Research result shows that the fitting goodnesses of the data of six road sections are 0.92, 0.93, 0.93, 0.95, 0.98 and 0.96 respectively, and traffic capacities are 2 968, 2 641, 2 687, 2 754, 2 646 and 3 065  $\text{bic} \cdot (\text{h} \cdot \text{m})^{-1}$  respectively, so this model can well describe change the characteristics of urban mixed bicycle flow in different states, and it provides a new way to further uncover the operation mechanism of mixed bicycle flow in urban bicycle lane. 3 tabs, 6 figs, 30 refs.

**Key words:** urban road traffic; mixed bicycle flow; electric bicycle; flow-density relationship;

收稿日期:2015-12-01

基金项目:国家自然科学基金项目(51338008,51278454,51208462)

作者简介:周 旦(1978-),男,江西修水人,桂林电子科技大学讲师,浙江大学工学博士研究生,从事混合交通流与道路交通控制研究。

导师简介:王殿海(1962-),男,吉林大安人,浙江大学教授,工学博士。

Logistic model

**Author resumes:** ZHOU Dan(1978-), male, lecturer, doctoral student, +86-571-88208704, zhou\_dan@zju.edu.cn; WANG Dian-hai(1962-), male, professor, PhD, +86-571-88208704, wangdianhai@zju.edu.cn.

## 0 引 言

传统自行车作为一种廉价、便利的出行方式在过去的十年里已成为欧美发达国家的重要交通出行方式之一<sup>[1-3]</sup>。在中国,随着城市机动化的发展以及城市区域的迅速扩张,传统自行车的使用率自 1995 年以来快速递减。但伴随电动自行车的迅速发展<sup>[4-5]</sup>以及公共自行车系统方案的实施,政府部门渐渐意识到自行车的潜在优势。与此同时,相关政府管理部门为提升自行车设施的服务水平正着手规划新的非机动车道路系统,建立自行车走廊,因此,由电动自行车与传统自行车组成的非机动车出行方式在各类出行方式中所占比例越来越高。

电动自行车与传统自行车的发展历程和发展原因与中国国情有着密切关系。Zhang 等将中国自行车的发展过程分为 4 个阶段,包括初始引入与缓慢增长阶段(20 世纪初至 1978 年)、快速发展阶段(1978 年至 1995 年)、传统自行车使用量的递减阶段(1995 年至 2002 年)与相关政策多元化发展阶段(2002 年至今),并对 2 类新型自行车特征进行了深入分析,一类是电动自行车,另一类是城市公共自行车<sup>[6]</sup>;Weinert 等分析了电动自行车在中国快速发展的原因,从技术、经济与政策三方面进行了深入研究,剖析了当时的调控政策如何通过改变大多数购买者的选择,进而形成了一种新的交通方式<sup>[4]</sup>。

非机动车道内电动自行车与传统自行车的混合行驶是中国城市非机动车交通流的普遍特征。由于电动自行车与传统自行车在行驶速度、加减速、稳定性、制动性能等方面存在较大差异,二者在道路中的混行现象使得城市道路交通状况更加多样化、复杂化,这对城市非机动车道的运行安全与效率产生了较大影响<sup>[7-8]</sup>,同时也对城市道路的交通管理与控制提出了更高要求。

在机动车交通流方面,相关的建模研究已有 70 多年的历史,出现了大量成熟的数学模型,包括连续流模型、车辆跟驰模型与数理统计模型等。在非机动车交通流方面,相关的数学模型则较少,但随着全社会低碳出行理念的倡导和出行者自身环保意识的增强,非机动车交通方式的出行比例在持

续增加,学者们对该领域相关研究问题的关注度也越来越高<sup>[9-10]</sup>。

针对传统自行车交通流,Taylor 等对已有自行车交通流的宏观与微观模型进行了总结讨论<sup>[11]</sup>;Allen 等综合分析了欧美等发达国家传统自行车在自由流状态下的运行速度,并分别给出了美国与瑞典单条与多条车道的通行能力<sup>[12]</sup>,还对自行车交通流基本图(速度-流量-密度关系)以及混合自行车速度特性进行了研究<sup>[13]</sup>;彭锐等将自行车交通流三参数按不同的方法划分为 4 种概念体系,并建立了各体系下的交通流模型<sup>[14]</sup>;梁春岩研究了自行车群的统计特性与压缩特性<sup>[15]</sup>。

目前,国内外针对有机非隔离设施的非机动车道路中的电动自行车与传统自行车混行交通流(以下简称为混合自行车交通流)流量-密度关系的相关研究较少,对这类交通流的流量-密度关系特性还不明确。Jin 等提出了一种改进的多值元胞自动机模型,模型能较好地模拟电动自行车速度较高条件下混合自行车交通流的运行状态<sup>[16]</sup>;Zhang 等研究了混合自行车交通流的速度-密度关系,分别用元胞自动机和气体动力学的建模方法建立了混行交通流在低密度下的 NaSch 仿真模型以及在高密度下的气体动力学仿真模型<sup>[17-18]</sup>,但模型并不能很好地拟合非稳定状态下的混合自行车交通流速度-密度变化特征;Lin 等深入分析了电动自行车与传统自行车的速度分布特性及二者的差异,统计分析结果表明电动自行车的平均行驶速度为  $21.86 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ,比相同交通条件下传统自行车速度高  $7.05 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ,约高出 47.6%<sup>[19]</sup>;朱从坤等研究了混合自行车速度与密度的相互关系,建立了混合自行车速度与密度的指数模型和线性模型,并标定了相关参数<sup>[20]</sup>。

国内外学者分别对纯传统自行车以及电动自行车与传统自行车混行状况下的交通流特性进行了研究,但没有涉及到混合自行车交通流量-密度关系的研究。本文通过借鉴 Logistic 模型<sup>[21-23]</sup>的思想,建立适用于描述混合自行车交通流量-密度关系的数学模型,并用大量实测数据对模型进行拟合分析,结果表明模型能很好地拟合实测数据,且模型参数的取值易于获取。

## 1 模型建立

### 1.1 Logistic 三参数模型

Logistic 模型最早用于描述种群的 S 型增长,种群在有限空间内呈 S 型增长,随着种群数量的持续增加,其增长速度逐渐减缓或停止,最终在某一数值上下波动。医学、经济学、社会学等不同领域的学者们已将 Logistic 模型应用到各自领域中,并发展出了多种不同的 Logistic 模型变换形式。在城市道路交通中,由于给定道路宽度条件下的道路空间资源有限,交通流速度会随密度的增大而减小,呈现反 S 型递减趋势。

城市有物理隔离设施的非机动车道内交通流为混合自行车流,与机动车交通流存在共性,但又具备自身的特点,首先城市非机动车辆行驶道路内不存在严格的车道划分,其次电动自行车与传统自行车构成比例的不同,直接影响混合交通流的运行特性。这里引入电动自行车比例来描述混合自行车流中的车辆构成,定义给定统计时间间隔内电动自行车的比例  $P$  为

$$P = \frac{q_1}{q_2} \quad (1)$$

式中: $q_1$  为给定统计时间间隔内电动自行车的数量; $q_2$  为给定统计时间间隔内电动自行车与传统自行车总量。

在实际的混合自行车交通流中,通常不需要获取  $P$  的精确值,仅需获取  $P$  的某一范围,因此,为了更合理地分析混合自行车交通流特性,本文用  $P$  来表征对应的某一个电动自行车混行比例范围,其表征情况见表 1。

本文以经典 Logistic 模型为基础,首先给出混合自行车交通流的速度-密度关系模型,然后将其变换为流量-密度关系模型。由经典 Logistic 模型得到的混合自行车交通流速度-密度关系为

$$V(k) = \frac{v}{Ce^{rk} + 1} \quad (2)$$

式中: $V(k)$  为密度为  $k$  时的速度; $v$  为自由流车速; $C$ 、 $r$  均为待定常数, $C > 0$ ,  $r > 0$ 。

在实际交通流中,当密度  $k=0$  时, $V(0)=v$  应成立,而在式(2)中  $V(0)=v/(C+1) < v$ 。将式(2)中的  $v$  用  $v_{\max}$  替代, $v_{\max}$  为车流样本中的最大车速,则式(2)变为

$$V(k) = \frac{v_{\max}}{Ce^{rk} + 1} \quad (3)$$

表 1 混合自行车流中电动自行车的比例范围

Tab. 1 Proportion ranges of electric bicycle in mixed bicycle traffic flow

$P$	比例范围
0.05	0.00~0.05
0.10	0.05~0.10
0.15	0.10~0.15
0.20	0.15~0.20
0.25	0.20~0.25
0.30	0.25~0.30
0.35	0.30~0.35
0.40	0.35~0.40
0.45	0.40~0.45
0.50	0.45~0.50
0.55	0.50~0.55
0.60	0.55~0.60
0.65	0.60~0.65
0.70	0.65~0.70
0.75	0.70~0.75
0.80	0.75~0.80
0.85	0.80~0.85
0.90	0.85~0.90
0.95	0.90~0.95
1.00	0.95~1.00

流量可由车流密度乘以车辆速度得到,对应的流量-密度关系为

$$Q(k) = \frac{kv_{\max}}{Ce^{rk} + 1} \quad (4)$$

式中: $Q(k)$  为密度为  $k$  时的流量。

### 1.2 模型参数标定

对于非机动车道的交通流密度而言,由于非机动车道路无车道划分,因此,车道宽度对交通流密度产生影响。为了便于多条道路流量-密度关系的对比分析,本文将非机动车道交通流密度转化为单位宽度条件下的密度。在电动自行车与传统自行车混行的交通环境中,交通流密度是指单位长度与单位宽度车道内的车辆总数。

美国国家公路与运输协会建议独立自行车道路的宽度设置为 3.0 m;在低流量条件下,宽度设置为 2.4 m,其中单条自行车道宽度为 1.2 m 左右。此外,中国住房和城乡建设部建议单条自行车道宽度应设置为 1.0 m,一个非机动车道必须包含至少 2 个以上自行车道,宽度不小于 2.5 m。由于历史原因,在中国许多城市的中心区域非机动车道宽度

都不尽相同。为了避免车道宽度对非机动车交通流量-密度关系的影响,本文将 1.0 m 作为单位车道宽度,并将  $\text{bic} \cdot \text{m}^{-2}$  作为交通流密度的度量单位。

式(3)、(4)中的待定常数  $C$ 、 $r$  可以通过其满足的极限条件和端点条件来确定

$$V(0) = v \quad (5)$$

$$\frac{dQ(k_m)}{dk} = 0 \quad (6)$$

$$\begin{cases} C = \frac{v_{\max}}{v} - 1 \\ r = \frac{1}{k_m} \left[ f\left(0, \frac{1}{eC}\right) + 1 \right] \end{cases} \quad (7)$$

将式(7)代入式(4)可得流量-密度关系模型为

$$Q(k) = kv_{\max} / \left\{ \left( \frac{v_{\max}}{v} - 1 \right) \exp \left[ \frac{k}{k_m} \cdot \left( f\left(0, \frac{v}{e(v_{\max} - v)}\right) + 1 \right) \right] + 1 \right\} \quad (8)$$

式中:  $k_m$  为最佳密度,即流量最大时的交通流密度;  $f(\cdot)$  为朗伯 W 函数。

## 2 数据获取

本文采集了杭州市主城区内 6 个主要非机动车道的交通流数据,调查地点与时间选取的基本原则为:非机动车交通量非常大的城市主、次干道的非机动车道,具有机非隔离带,而且路面平直,行车视线好;具体调查位置选择在上游交叉口出口道的非机动车道上,与该交叉口对应的出口处人行横道线远离交叉口一侧的距离为 20~30 m;调查时间选择在天气状况良好,能见度高,且存在饱和非机动车交通流的高峰时段。调查路段与宽度分别为:教工路,2.3 m;湖墅南路,2.7 m;文三路,3.0 m;东新路,3.7 m;天目山路,4.5 m;莫干山路,4.6 m。

利用视频检测法采集了各调查点的数据,检测区域见图 1,检测区域长度为 8 m。

在调查过程中使用 50 帧  $\cdot \text{s}^{-1}$  的高清摄像机,将摄像机放置于路旁建筑物内的适合位置,利用摄

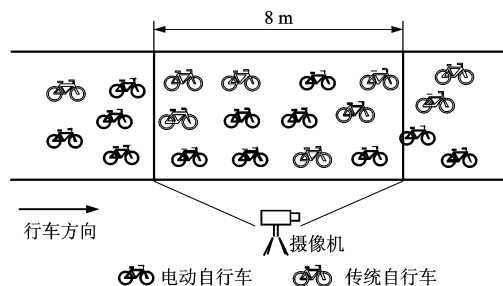


图 1 检测区域

Fig. 1 Detection area

像机可以记录观测时段内经过该路段的所有车辆的行驶状况。然后,使用视频处理软件提取出每一辆车进入和离开检测区域的时间点,从而可以获取车辆的速度、断面流量、交通流密度等相关参数的样本值。采用出入量法对交通流密度进行检测:首先,在给定时间间隔内统计检测区域左(上游)、右(下游)两侧检测线断面的流量,即车辆进入与离开检测区域的流量,在记录车辆是否进入或离开检测区域时,以车辆后轮是否压线为基准;然后,将上、下游断面流量之差与此时检测区域内全体车辆平均车速的比值作为该统计时间间隔内的交通流密度。在初始时,选择检测区域内无车辆的时刻开始记录,对于非机动车道内的交通流来讲,这一点很容易做到。此外,由于混合自行车交通流的饱和状态持续时间短,因此,在统计断面流量时选取的统计时间间隔为 30 s,然后将该统计间隔内的流量转化为单位车道宽度条件下的小时流量。

## 3 模型验证

为了验证模型在混合自行车交通流中的适用性,利用式(8)对采集得到的 6 个路段交通流数据进行数据拟合。

### 3.1 各路段 $v$ 与 $P$ 的关系

本文将各调查路段混合交通流自由行驶状态下的样本平均车速作为该路段  $v$  的取值。根据上述参数分析,自由流车速与电动自行车比例相关,图 2 为杭州市 6 个典型非机动车道内  $v$  与该路段  $P$  的数据拟合,拟合结果见表 2,结果显示各调查路段的自由流车速与电动自行车比例成一元线性回归关系。

表 2  $v$  与  $P$  的拟合结果

Tab. 2 Fitting results of  $v$  and  $P$

路段	拟合方程	拟合优度
教工路	$v = 6.5763P + 12.084$	0.88
湖墅南路	$v = 7.3236P + 13.026$	0.69
文三路	$v = 8.5951P + 13.485$	0.83
东新路	$v = 11.5020P + 10.837$	0.84
天目山路	$v = 10.1600P + 13.013$	0.92
莫干山路	$v = 7.3485P + 16.313$	0.88

### 3.2 数据拟合结果分析

在数据采集过程中,本文使用视频检测法获取车速样本值。在最大车速的样本中可能存在异常值,这通常是由于人为误差产生,这些值可通过物理判别法剔除,此外,模型中最佳密度是通过实测数据拟合得到的。

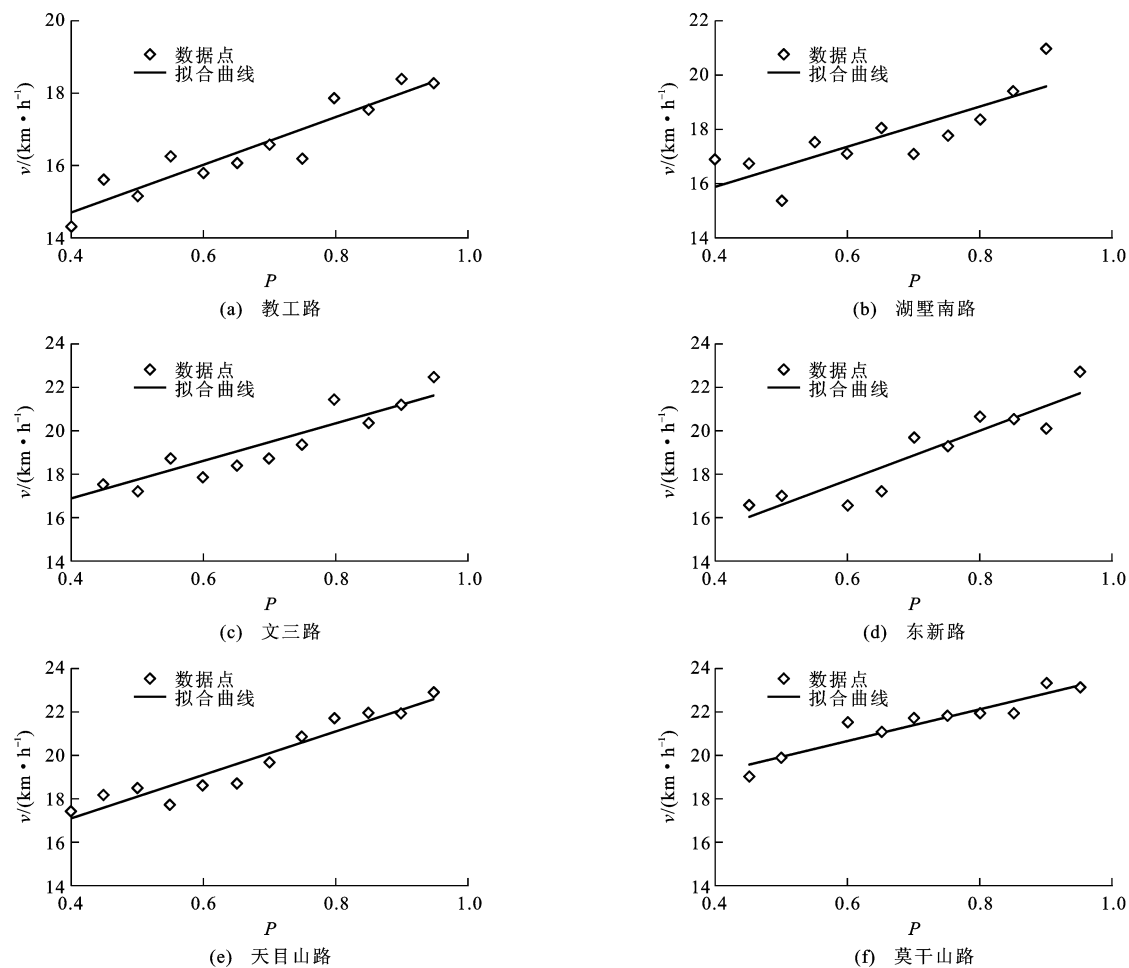


图 2  $v$  与  $P$  的关系

Fig.2 Relationships between  $v$  and  $P$

利用本文流量-密度关系模型对杭州市 6 个典型非机动车道内的混合自行车流量-密度实测数据进行拟合。常用的拟合方法为最小二乘曲线拟合<sup>[24-27]</sup>。最小二乘拟合法是在给定一组实测数据的条件下,基于最小二乘原理,求解变量之间的函数关系,使其最佳地逼近或拟合已知的实测数据,具体做法是选取适当的模型参数使得拟合函数与实测数据在各点残差的加权平方最小。本文使用 MATLAB 软件的曲线拟合工具箱对流量-密度关系模型进行拟合。在该模型参数中, $P$  为 0.8 时的实测自由流车速平均值  $v$  和实测最大车速值  $v_{\max}$  为已知量,将二者代入模型,经过拟合后可以得到  $k_m$  的拟合值、拟合优度、标准误差等。实测数据拟合曲线见图 3,拟合结果见表 3。

路段	$v_{\max}/$ ( $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ )	$v/$ ( $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ )	$k_m$ 拟合值/ ( $\text{bic} \cdot \text{m}^{-2}$ )	$k_m$ 的 95% 置信区间/( $\text{bic} \cdot \text{m}^{-2}$ )		标准误差/ ( $\text{bic} \cdot \text{m}^{-2}$ )	拟合优度	通行能力/ [ $\text{bic} \cdot (\text{h} \cdot \text{m})^{-1}$ ]
				下限	上限			
教工路	37.50	17.86	0.385 53	0.378 34	0.392 87	0.264 60	0.92	2 968
湖墅南路	32.14	18.43	0.317 68	0.312 39	0.323 09	0.240 00	0.93	2 641
文三路	32.62	21.84	0.258 67	0.255 96	0.261 43	0.213 50	0.93	2 687
东新路	37.50	20.72	0.297 69	0.292 45	0.303 06	0.211 30	0.95	2 754
天目山路	37.50	21.73	0.269 18	0.266 90	0.271 55	0.120 10	0.98	2 646
莫干山路	40.20	21.96	0.313 61	0.309 64	0.317 75	0.144 00	0.96	3 065

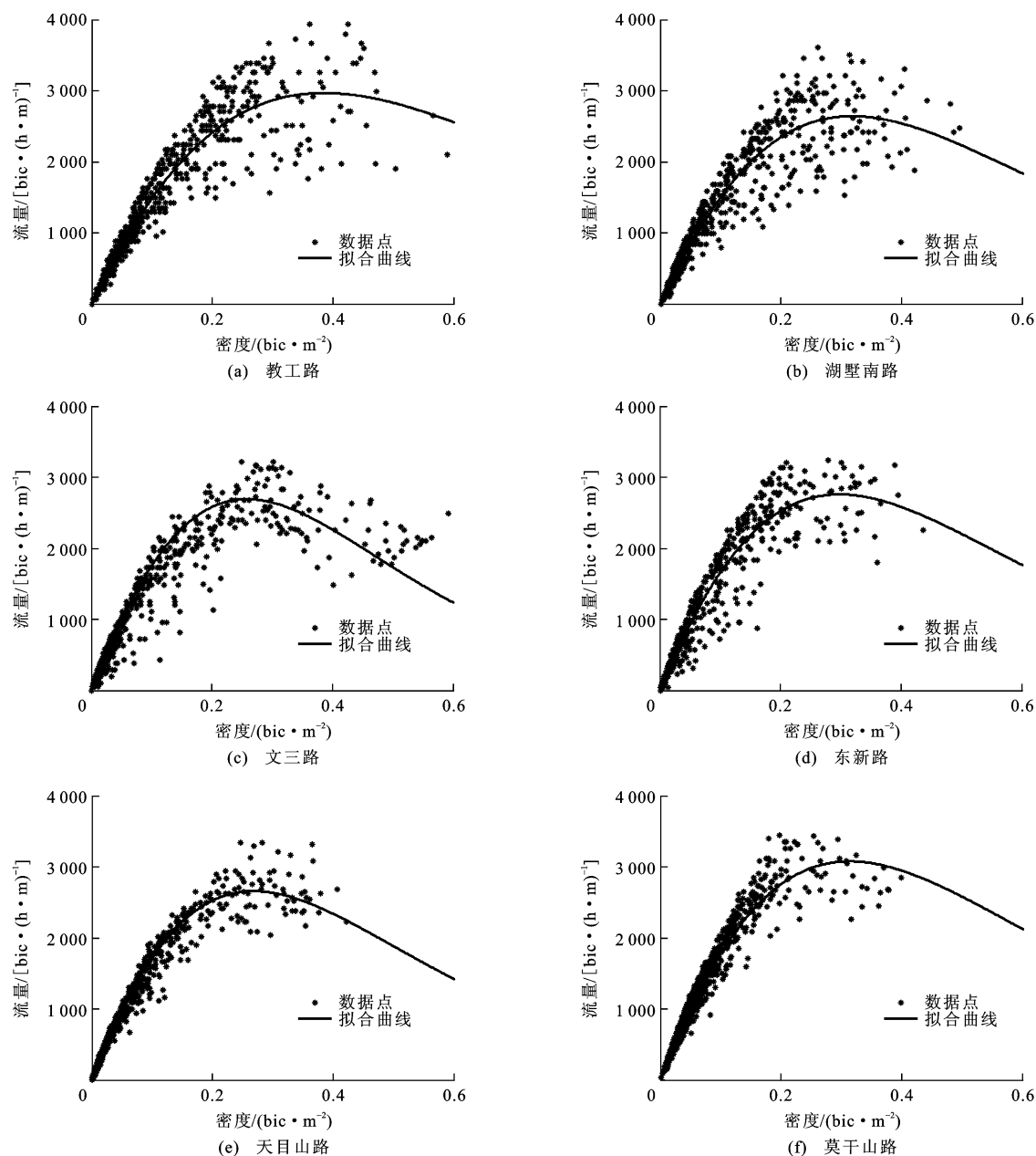


图 3 6 个路段实测数据与拟合曲线

Fig. 3 Field data and fitting curves of six road sections

道路通行能力是城市道路规划和管理的重要参数之一<sup>[28]</sup>,现有道路通行能力估计方法主要有2种:一种是通过采集饱和状态下的车头时距进行计算,此时通行能力为饱和车头时距的倒数;另一种是通过标定交通流参数流量、速度、密度三者之间的关系进行计算<sup>[29]</sup>。在标定过程中首先确定混合交通流的速度-密度关系模型,然后,利用三参数关系的基本方程得到密度-流量关系模型。显然,密度-流量模型曲线顶点的流量为通行能力估计值。在混合自行车交通流中,由于车辆交错行驶,难以定义连续车辆间的车头时距。与此同时,部分学者的研究结果

表明混合自行车交通流的三参数关系类似于机动车交通流<sup>[17,30]</sup>,因此,本文采用第2种方法估算非机动车道的通行能力。将表3中各路段的 $v$ 和 $v_{\max}$ 以及 $k_m$ 的拟合值代入式(8)得到对应各路段通行能力估计值,即

$$S = Q(k_m) \quad (9)$$

式中: $S$ 为非机动车道通行能力估计值。

各调查路段的通行能力估计值见表3,通行能力估计值为单位车道宽度条件下的估计结果,范围为2 600~3 100  $\text{bic} \cdot (\text{h} \cdot \text{m})^{-1}$ 。由于骑行人的性别、年龄等特征存在着差异,在不同调查路段通行能

力估计值有一定的波动性。利用 Spearman 相关性检验方法对通行能力估计值与各调查路段的实际车道宽度进行检验,结果显示二者不显著相关。

由图 3 可知,当混合自行车交通流在大于  $0.3 \text{ bic} \cdot \text{m}^{-2}$  的高密度情形下,断面流量离散程度较大。这是由于在高密度下可能出现两类运行状态:一类是交通流运行较为通畅,车辆之间速度差异小,没有出现由于某一辆车停顿而对交通运行产生干扰的现象;另一类是由于停顿车辆的干扰而导致混合交通流进入走走停停的状态,此时车辆速度骤减,对应的流量也递减。在同一密度下,这 2 种状态会导致较大的流量差异。

在高密度状态下,车道宽度小于 3.5 m 的道路与大于 3.5 m 的道路所对应的流量离散程度不同,前者大于后者。若车道宽度较小,高密度下单辆车的停顿状态对路段整体交通流的运行影响大;反之,若车道宽度较大,这种影响则相对较小。

#### 4 参数敏感性分析

式(8)中的 3 个模型参数  $v_{\max}$ 、 $v$ 、 $k_m$  都具有明确的物理意义,且在实际交通流中易于获取。改变任何一个参数的取值,而保持其他参数取值不变,可得到该参数对模型曲线的影响情况。3 个参数的相对变化对曲线的影响见图 4~6。

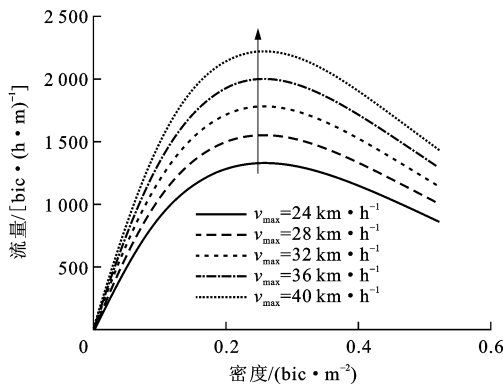


图 4  $v_{\max}$  对模型曲线的影响

Fig. 4 Influence of  $v_{\max}$  on model curves

在混合自行车交通流中,随着  $v_{\max}$  的递增,模型曲线中的最大流量呈递增趋势。通常  $v_{\max}$  为车速样本中电动自行车的最大速度, $v_{\max}$  越大说明电动自行车性能越好,在相同密度条件下,通过的车流量就越大。

本文中  $v$  为混合交通流的自由流速度,取自由流状态下混合自行车交通流的速度样本平均值,它与混合交通流中的两类车辆的构成比例有密切关系。

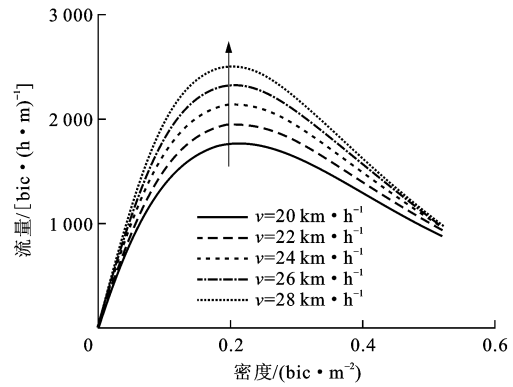


图 5  $v$  对模型曲线的影响

Fig. 5 Influence of  $v$  on model curves

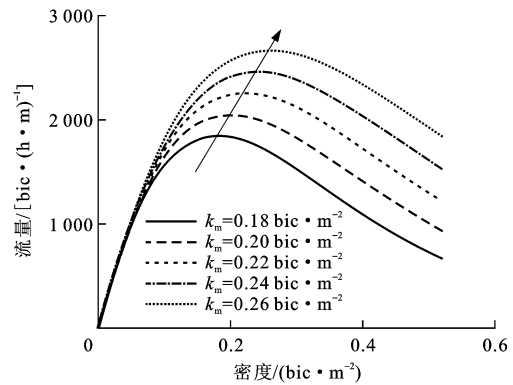


图 6  $k_m$  对模型曲线的影响

Fig. 6 Influence of  $k_m$  on model curves

在同一条道路中若电动自行车的比例越大, $v$  取值就越大,反之则越小,因此,在非拥堵状态下,断面流量会随着电动自行车的比例增大而增大。在拥堵状态下,由于车辆的自由行驶空间变小,相互之间的干扰变大,电动自行车难以发挥其速度较传统自行车快的特点,电动自行车的比例不再影响流量的大小。

混合自行车交通流流量最大值随最佳密度  $k_m$  的增大而增大,即路段的实际通行能力随着  $k_m$  的增大而增大。

#### 5 结 语

本文针对非机动车道路内电动自行车与传统自行车混合行驶的交通现象,以混合自行车交通流量-密度关系建模为目标,在借鉴 Logistic 模型思想的基础上,建立了适用于描述这一关系的数学模型,利用杭州市的实测数据对模型进行数据拟合,并对车流样本中的最大速度、自由流速度、最佳密度进行了参数敏感性分析。结果表明该模型能够阐明宏观混合自行车交通流的基本特性,研究结果能够为进一步深入探讨城市混合自行车交通流本质规律提供新的思路。

由于车道宽度会对混合自行车交通流运行产生一定影响,在不同路段宽度条件下,不易获得模型参数的统一标定结果,因此,在后续的研究工作中将深入探讨这一问题。

## 参考文献:

## References:

- [1] FERNÁNDEZ-HEREDIA Á, MONZÓN A, JARA-DÍAZ S. Understanding cyclists' perceptions, keys for a successful bicycle promotion[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2014, 63: 1-11.
- [2] NOSAL T, MIRANDA-MORENO L F. The effect of weather on the use of North American bicycle facilities: a multi-city analysis using automatic counts[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2014, 66: 213-225.
- [3] RUIZ T, BERNABÉ J C. Measuring factors influencing valuation of nonmotorized improvement measures[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2014, 67: 195-211.
- [4] WEINERT J, MA C, CHERRY C. The transition to electric bikes in China: history and key reasons for rapid growth[J]. Transportation, 2007, 34(3): 301-318.
- [5] ROSE G. E-bikes and urban transportation: emerging issues and unresolved questions[J]. Transportation, 2012, 39(1): 81-96.
- [6] ZHANG Hua, SHAHEEN S A, CHEN Xing-ping. Bicycle evolution in China: from the 1900s to the present[J]. International Journal of Sustainable Transportation, 2014, 8(5): 317-335.
- [7] 聂进,吴京梅,吴玲涛,等.基于行人和自行车交通安全的城市道路限速值研究[J].中国公路学报,2014,27(7):91-97.  
NIE Jin, WU Jing-mei, WU Ling-tao, et al. Study on urban road speed limit for pedestrian and bicyclist traffic safety[J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(7): 91-97. (in Chinese)
- [8] 赵桂范,刘明敏,刘磊,等.人-车-路系统下电动自行车安全性试验[J].中国公路学报,2014,27(2):105-111.  
ZHAO Gui-fan, LIU Ming-min, LIU Lei, et al. Experimental research on safety of electric bicycles under driver-vehicle-road system[J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(2): 105-111. (in Chinese)
- [9] 赵建有,高谋荣.中国自行车交通与城市交通可持续发展[J].长安大学学报:自然科学版,2007,27(4):70-74.  
ZHAO Jian-you, GAO Mou-rong. Bicycle traffic and sustainable development of urban traffic in China[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2007, 27(4): 70-74. (in Chinese)
- [10] 赵建有,袁华智,蹇小平,等.城市低收入人群出行方式选择模型[J].长安大学学报:自然科学版,2012,32(4):65-69.  
ZHAO Jian-you, YUAN Hua-zhi, JIAN Xiao-ping, et al. Selection model of travel mode for urban low-income population[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2012, 32(4): 65-69. (in Chinese)
- [11] TAYLOR D, DAVIS W J. Review of basic research in bicycle traffic science, traffic operations, and facility design[J]. Transportation Research Record, 1999(1674): 102-110.
- [12] ALLEN D P, HUMMER J E, ROUPHAIL N M, et al. Effects of bicycles on capacity of signalized intersections[J]. Transportation Research Record, 1998(1646): 87-95.
- [13] ALLEN D P, ROUPHAIL N, HUMMER J E, et al. Operational analysis of uninterrupted bicycle facilities[J]. Transportation Research Record, 1998(1636): 29-36.
- [14] 彭锐,杨佩昆.自行车交通流基本模型[J].同济大学学报,1993,21(4):463-468.  
PENG Rui, YANG Pei-kun. The basic model of bicycle traffic flow[J]. Journal of Tongji University, 1993, 21(4): 463-468. (in Chinese)
- [15] 梁春岩.自行车交通流特性及其应用研究[D].长春:吉林大学,2007.  
LIANG Chun-yan. Study on characteristics and application of bicycle traffic flow[D]. Changchun: Jilin University, 2007. (in Chinese)
- [16] JIN Sheng, QU Xiao-bo, XU Cheng, et al. An improved multi-value cellular automata model for heterogeneous bicycle traffic flow[J]. Physics Letters A, 2015, 379(39): 2409-2416.
- [17] ZHANG Shui-chao, REN Gang, YANG Ren-fa. Simulation model of speed-density characteristics for mixed bicycle flow-comparison between cellular automata model and gas dynamics model[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2013, 392(20): 5110-5118.
- [18] 张水潮.混合非机动车交通特性及安全性提升措施[D].南京:东南大学,2012.  
ZHANG Shui-chao. Traffic characteristics and safety promoting measures of mixed bicycle[D]. Nanjing: Southeast University, 2012. (in Chinese)
- [19] LIN Sen, HE Min, TAN Yong-lu, et al. Comparison study on operating speeds of electric-bicycle and bicycle: experience from field investigation in Kunming, China[J]. Transportation Research Record, 2008(2048): 52-59.
- [20] 朱从坤,池毓品.混合自行车交通流速度与密度的关系研究[J].苏州科技学院学报:工程技术版,2009,22(3):26-29.  
ZHU Cong-kun, CHI Yu-pin. Relationship between speed and density in mixed non-motorized vehicle[J]. Journal of Suzhou University of Science and Technology: Engineering and Technology, 2009, 22(3): 26-29. (in Chinese)
- [21] GOTTSCHALK P G, DUNN J R. The five-parameter logistic: a characterization and comparison with the four-parameter logistic[J]. Analytical Biochemistry, 2005, 343(1): 54-65.
- [22] YUKALOV V I, YUKALOVA E P, SORNETTE D. Punctuated evolution due to delayed carrying capacity[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2009, 238(17): 1752-1767.
- [23] WANG Hai-zhong, LI Jia, CHEN Qian-yong, et al. Logistic modeling of the equilibrium speed-density relationship[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2011,



- 45(6): 554-566.
- [24] 王乐洋,许才军. 总体最小二乘研究进展[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2013, 38(7): 850-856, 878.  
WANG Le-yang, XU Cai-jun. Progress in total least squares[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013, 38(7): 850-856, 878. (in Chinese)
- [25] 谢 兰,高东红. 非线性回归方法的应用与比较[J]. 数学的实践与认识, 2009, 39(10): 117-121.  
XIE Lan, GAO Dong-hong. The application and comparison of different nonlinear fit methods[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2009, 39(10): 117-121. (in Chinese)
- [26] 刘经南,曾文宪,徐培亮. 整体最小二乘估计的研究进展[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2013, 38(5): 505-512.  
LIU Jing-nan, ZENG Wen-xian, XU Pei-liang. Overview of total least squares methods[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013, 38(5): 505-512. (in Chinese)
- [27] 曾清红,卢德唐. 基于移动最小二乘法的曲线曲面拟合[J]. 工程图学学报, 2004(1): 84-89.  
ZENG Qing-hong, LU De-tang. Curve and surface fitting based on moving least-squares methods[J]. Journal of Engineering Graphics, 2004(1): 84-89. (in Chinese)
- [28] 张亚平,裴玉龙. 道路通行能力研究现状及发展综述[J]. 交通运输工程学报. 2002, 2(2): 94-97.  
ZHANG Ya-ping, PEI Yu-long. Overview of development and current situation on highway capacity research[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2002, 2(2): 94-97. (in Chinese)
- [29] RAKHA H, CROWTHER B. A comparison of the Greenshields, Pipes, and Van Aerde car-following and traffic stream models[J]. Transportation Research Record, 2002(1802): 248-262.
- [30] GOULD G, KARNER A. Modeling bicycle facility operation: cellular automaton approach [J]. Transportation Research Record, 2009(2140): 157-164.

(上接第 115 页)

- 制造与研究, 2011, 40(5): 6-9, 52.  
LIU Jing-yue, ZHANG Da-lin, JI Bing-bing. Numerical simulation of cabin air quality in aircraft[J]. Machine Building and Automation, 2011, 40(5): 6-9, 52. (in Chinese)
- [23] 白 杰,崔 巍,杨建忠,等. 客舱内 CO<sub>2</sub> 污染物扩散规律研究[J]. 电脑知识与技术, 2014, 10(3): 637-640, 642.  
BAI Jie, CUI Wei, YANG Jian-zhong, et al. Research on diffusion law of pollutant of CO<sub>2</sub> in the cabin[J]. Computer Knowledge and Technology, 2014, 10(3): 637-640, 642. (in Chinese)
- [24] 邓王平. 室内气流组织对室内甲醛分布影响的模拟研究[D]. 西安: 西安科技大学, 2010.  
DENG Wang-ping. The indoor simulation of the impact of formaldehyde in indoor air distribution[D]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2010. (in Chinese)
- [25] 舒爱霞. 室内装饰材料甲醛释放规律的模拟及防治技术研究[D]. 长沙: 中南大学, 2010.  
SHU Ai-xia. Study on simulation of emission law of indoor decoration material formaldehyde and prevention and cure technology[D]. Changsha: Central South University, 2010. (in Chinese)