

文章编号:1671-1637(2016)01-0025-12

## 大跨径钢筋混凝土拱桥悬臂浇筑施工控制

胡大琳<sup>1</sup>, 陈定市<sup>1,2</sup>, 赵小由<sup>2</sup>, 龚建平<sup>2</sup>, 李 影<sup>3</sup>

(1. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064; 2. 中交第一公路勘察设计研究院有限公司, 陕西 西安 710061;  
3. 威斯康星大学麦迪逊分校 土木与环境工程系, 威斯康星 麦迪逊 53706)

**摘 要:**分析了拱桥主拱圈斜拉扣锚悬臂浇筑施工体系的结构特点,总结了拱桥悬臂浇筑施工扣、锚索力的确定方法,分析了零位移法、定长扣索法、影响矩阵法与零弯矩法的优缺点与适用性。基于净跨径为180 m的钢筋混凝土拱桥——马蹄河大桥的设计与施工方案,分析了大跨径钢筋混凝土拱桥主拱圈斜拉扣锚悬臂浇筑施工的全过程,采用零弯矩法进行索力求解,并在最大悬臂施工阶段采用以拱圈弯曲能量为目标函数的影响矩阵法对索力进行了优化。分析结果表明:在拱桥斜拉扣锚悬臂浇筑施工中采用零弯矩法是最直接有效的控制方法;整个施工过程中拱圈截面由部分受拉逐渐进入全截面受压,拱圈线形与应力满足设计要求;拱圈上、下缘拉应力不超过1.5 MPa,压应力不超过7.0 MPa,拱圈位移不超过10 mm;对最大悬臂施工阶段进行索力优化可以进一步调整拱圈线形,并改善主拱圈受力状态,通过调整可以使拱脚接近“零”应力状态;悬臂浇筑施工阶段的稳定性与扣、锚索系统的关系密切,合理的扣、锚索系统同时控制拱圈的内力、线形与施工阶段的稳定性;扣、锚索拆除顺序的不同对合龙后的拱圈应力影响较大,因此,施工时应注意对扣、锚索系统拆除程序进行优化。研究成果成功解决了国内悬臂浇筑施工的最大跨径钢筋混凝土拱桥的施工方案设计施工控制问题,并可供大跨径拱桥结构设计与施工控制参考,以期推动大跨径钢筋混凝土拱桥悬臂浇筑技术的发展。

**关键词:**钢筋混凝土拱桥;斜拉扣锚悬臂浇筑;施工控制;索力优化;零弯矩法;影响矩阵法;稳定性  
**中图分类号:**U448 **文献标志码:**A

## Construction control of cantilever casting of long span reinforced concrete arch bridge

HU Da-lin<sup>1</sup>, CHEN Ding-shi<sup>1,2</sup>, ZHAO Xiao-you<sup>2</sup>, GONG Jian-ping<sup>2</sup>, LI Ying<sup>3</sup>

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. CCCC First Highway Consultants Co., Ltd., Xi'an 710061, Shaanxi, China; 3. Department of Civil and Environment Engineering, University of Wisconsin-Madison, Madison 53706, Wisconsin, USA)

**Abstract:** The structure characteristics of cable-stayed and anchored cantilever casting construction system for the main arch ring of arch bridge were analyzed. The methods to determine the forces of anchored cables in cantilever casting construction were summarized. The advantages, disadvantages, and applicabilities of the zero displacement method, the fixed length jacking cable method, the influence matrix method, and the zero moment method were analyzed. The design and construction schemes of Matihe Bridge being a reinforced concrete arch bridge with net-span of 180 m was taken as engineering background, and the main construction process of long span arch bridge built by using cable stayed cantilever casting method was analyzed. The

收稿日期:2015-09-20

基金项目:交通运输部应用基础研究项目(2013 319 812 100)

作者简介:胡大琳(1959-),男,陕西蓝田人,长安大学教授,工学博士,从事桥梁结构理论研究。

cable forces were calculated by using the zero moment method, the cable forces at the maximum cantilever construction stage were optimized by using the influence matrix method with the objective function of bending strain energy. Analysis result shows that the zero moment method is determined to be the most direct and effective control method for the cable-stayed and anchored cantilever casting construction of arch bridges. The stresses in the arch ring section change gradually from partially tensile state to completely compressive state, and both the alignment and stress of arch ring satisfy the design requirements in whole construction process. The tensile stresses of arch ring at the top and bottom sides do not exceed 1.5 MPa, the compressive stresses are no more than 7.0 MPa, and the displacements of arch ring are no more than 10 mm. As the cable forces at the maximum cantilever construction stage are optimized, the alignment of arch ring can be adjusted, and its stress state is improved, thus the stress state of arch foot can be closed to “zero” state. The stability of arch ring at cantilever casting construction stage is closely related to the stayed and anchored cable system, and the internal forces, alignment, and stability during construction process are simultaneously dominated by a reasonable stayed and anchored cable system. The stress of arch ring is deeply influenced by the different removal procedures of stayed and anchored cable system, thus the removal process of stayed and anchored cable system should be optimized during construction process. The research results have been successfully applied to the design of the construction scheme and construction control of cantilever casting of the longest span reinforced concrete arch bridge in China, and can be taken as a reference for the design and construction control of other long span arch bridges, which has a practical significance in promoting the development and application of cantilever casting technology of long span reinforced concrete arch bridges. 2 tabs, 10 figs, 29 refs.

**Key words:** reinforced concrete arch bridge; cable-stayed and anchored cantilever casting; construction control; cable force optimization; zero moment method; influence matrix method; stability

**Author resume:** HU Da-lin (1959-), male, professor, PhD, +86-29-82335772, dlhu@gl.chd.edu.cn.

## 0 引 言

20 世纪 50 年代,悬臂施工技术开始应用到拱桥的修建中;20 世纪 60 年代,前南斯拉夫完全采用悬臂浇筑法成功修建 2 座大跨度拱桥;20 世纪 70~80 年代,南非与欧洲等国相继采用悬臂浇筑法修建了多座大跨度拱桥;2004 年,西班牙采用悬臂桁架法建成了西班牙最大跨径(255 m)的混凝土拱桥<sup>[1]</sup>;克罗地亚采用斜拉扣锚悬臂浇筑法先后于 1997、2005 年建成了跨度分别为 200、204 m 的 Maslenica 桥<sup>[2]</sup>与 Krka 桥<sup>[3]</sup>;南非共和国于 1983 年采用悬臂浇筑法建成了跨度为 272 m 的 Bloukrans 拱桥<sup>[4]</sup>。近年来国外广泛采用悬臂浇筑法修建了多座结构新颖、技术先进的大跨度拱桥,创造了本国甚至世界同类拱桥的跨度记录。拱桥的悬臂浇筑施工技术已在国外得到了迅速发展,并取得了良好的经

济与社会效益<sup>[5-12]</sup>。

作为世界拱桥强国,缆索吊装、转体施工、劲性骨架施工法已在中国得到成熟的应用,而国内学者对悬臂浇筑法的研究甚少<sup>[13-21]</sup>。李晓斌等以一座 150 m 跨径的钢筋混凝土拱桥为例,研究了拱桥悬臂浇筑施工模型试验设计,并采用应力平衡法进行索力优化<sup>[22]</sup>;元路宽等采用 ANSYS 一阶优化法研究了拱桥悬臂浇筑扣锚施工中最大悬臂状态下的索力调整<sup>[23]</sup>;周叶军等利用 ANSYS 的单元生死功能,以各施工阶段拱圈截面最大拉应力平方和均值的平方根为目标函数,以拉索的拉力为设计变量,以各施工阶段最大索力为状态变量,对钢筋混凝土拱桥悬臂浇筑施工过程中的索力进行了优化<sup>[24-25]</sup>。尽管已有学者对钢筋混凝土拱桥悬臂浇筑施工进行研究,但采用这种工法建设大跨径钢筋混凝土拱桥的实践极其少见。

随着中国交通事业的不断发展,桥梁结构不断向轻质、高强、大跨的方向发展。中国三阶梯地形与河川广布,沟壑纵横,为拱桥的修建提供了客观的地形条件。悬臂浇筑施工方法比较经济,在技术上较为先进,在结构性能上整体性好与耐久性强,在施工组织上受场地限制少且不影响桥下通航,因此,拱桥斜拉扣锚悬臂浇筑施工方法具有广阔的应用前景,对该工法展开深入研究非常必要。

采用斜拉扣锚悬臂浇筑施工的拱桥在拱圈施工阶段是由拉索、扣塔、拱圈组成的组合结构体系,拉索、扣塔、拱圈均为承重构件,拉索是连接扣塔与拱圈的唯一传力构件。该工法的主要特点是利用斜拉索形成多点弹性支承的拱圈加强主拱的刚度,降低拱圈的截面弯矩,斜拉索沿拱轴向分力对主拱产生轴向预压,以增强拱圈的抗裂能力。施工完成后斜拉索将被拆除,由拱圈作为主要的承压结构,而拉索仅作为临时承重结构。主拱圈合龙后,结构体系由组合结构转为裸拱结构,随着后续结构的完成至最终成桥,主拱结构的内力与线形已不能人为调整,因此,悬臂施工阶段的内力与线形状态与成桥状态密切相关,悬臂施工阶段内力与线形的合理性在一定程度上决定了成拱阶段的内力与线形。如果存在一定的设计缺陷而没有及时调整,也可以在悬臂施工阶段通过控制斜拉索索力来调节与改善方案。

由上述分析可见,采用悬臂施工的拱桥内力与线形依赖于斜拉索拉力<sup>[22-24]</sup>,通过计算分析,确定合理的调索方案,包括调索顺序、调索数量、索力大小与拆索顺序的优化等,调整拱圈结构内力与线形,保证悬臂施工过程结构强度安全与线形合理,成为采用该工法施工拱桥的关键技术。

## 1 斜拉扣锚悬臂施工索力控制原理

利用斜拉索锚固挂篮悬臂浇筑施工拱桥,主拱施工阶段的结构体系是拉索支承体系,从理论上讲,此时的结构就是一个扣塔-斜拉索-曲梁组合体系,因此,可以参照斜拉桥施工控制张拉索力的计算方法计算拱桥施工的索力。两者的不同之处在于拱桥的斜拉索是临时索,没有成桥索力,但实质上采用斜拉扣锚悬臂浇筑的拱桥仍然有成拱索力,分析计算中类似于斜拉桥成桥索力。

零位移法<sup>[25]</sup>的思路是使索力与拱肋节段的自重平衡,使拱肋上所有索扣点位置均达到设计拱轴线。有限元分析是在正装分析时在拉索端部设置约束,即要求拉索与拱肋的锚固点位移为 0,然后根据

约束反力为 0 的约束条件,建立各方向上的力的平衡方程,从而得到各阶段斜拉索的索力。零位移法实质上是以拱圈的线形为控制目标,然后再辅以考虑拱圈截面应力,力学概念清晰,容易实现。设拱圈施工过程中共需  $n$  根扣索,则控制变量为  $n$  个扣点的位移。当第  $j$  根扣索施加单位张拉力时,第  $i$  个扣点的位移为  $\delta_{ij}$ ,则扣点  $i$  的总位移  $d_i$  为

$$d_i = \sum_{j=1}^n T_j \delta_{ij} + \Delta_i \quad (1)$$

式中: $\Delta_i$  为恒载作用下扣点  $i$  竖向或横桥向位移; $T_j$  为扣索  $j$  的索力。

浙江省键跳大桥主拱安装采用了定长扣索法,采用倒退分析法确定各扣索的放样长度,依靠扣索的弹性伸长使拱肋达到设计轴线位置<sup>[26-28]</sup>,其优点是各扣索索力分布均匀,扣索只需一次张拉,因此,施工控制程序简便。应用定长扣索法时先计算出各节段拱圈的预抬高量值,由各节段的控制高程来确定张拉控制索力,其控制变量为位移,而非主拱内力或拉索索力。

影响矩阵法是斜拉桥索力计算中比较成熟的方法。假定由内力、位移、应力中任何力学参量组成的含有  $m$  个独立元素的列向量  $\mathbf{D}$  为

$$\mathbf{D} = (d_1, d_2, d_3, \dots, d_m)^T \quad (2)$$

若有  $n$  个可以用来调整  $\mathbf{D}$  的元素(扣索索力),这些元素构成一个列向量  $\mathbf{T}$ ,即

$$\mathbf{T} = (T_1, T_2, T_3, \dots, T_j, \dots, T_n)^T \quad (3)$$

当  $\mathbf{T}$  中的第  $j$  个元素  $T_j$  发生单位变化时,引起向量  $\mathbf{D}$  的变化向量  $\mathbf{A}_j$  为

$$\mathbf{A}_j = (a_{1j}, a_{2j}, a_{3j}, \dots, a_{mj})^T \quad (4)$$

由  $n$  个独立可调元素引起的向量  $\mathbf{D}$  的变化矩阵  $\mathbf{A}$  可表示为

$$\mathbf{A} = (\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3, \dots, \mathbf{A}_j, \dots, \mathbf{A}_n) = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

由线性叠加原理可得

$$\mathbf{AT} = \mathbf{D} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{A}$  为影响矩阵; $\mathbf{T}$  为施调向量; $\mathbf{D}$  为受调向量。

通过影响矩阵建立了受调向量与施调向量之间的线性方程组,如果再根据需建立若干个不等式约束方程,则求解索力问题转变为求解约束线性方程组或线性规划问题。

由于拱圈的各施工节段是有一定曲率的变截面梁,采用零位移法时各扣点的约束水平反力增量与

竖向反力增量比例不一致,导致约束反力的合力方向不断变化,从而要求拉索的方向不断变化,使得拉索的调整工作难以实现或计算的索力作用于拱肋后不能保证拱肋的线形符合设计要求,零位移法的控制目标是扣点的位移,扣点之外的各点高程未必满足要求,因而控制的结果可能是拱圈线形呈多波浪形,另一个可能出现的问题是通过约束反力合成的索力可能出现负值,此时所求索力无效。定长扣索法虽然调索次数少,但是由于扣索索力与拱圈预抬高值满足拱轴线的组合很多,求出的组合不一定是结构最优的施工路径。影响矩阵法在理论上非常完善,但单一采用该法往往难以确定合理的主拱肋、扣塔与扣索受力的受调向量。

拱桥最大的结构特点是拱圈以受压为主,以充分发挥混凝土材料抗压强度大的优点并克服抗拉强度低的缺点。从这个角度而言,以拱圈截面的弯矩(或截面上、下缘拉应力)最小为控制目标是最直接的控制方法。零弯矩法通过调整斜拉索索力,使拱肋各节段在接头处的弯矩为 0,并保证拱脚处不产生附加弯矩。零弯矩法的基本原理是将拱圈各施工节段视为隔离体,根据每一拱圈节段的力系平衡计算出在任一施工阶段每根扣索的索力。以拱轴线在拱顶的位置为坐标原点  $O$ ,以水平方向为  $x$  轴,以竖直方向为  $y$  轴,建立坐标系,其计算原理见图 1(a),图中  $V_A$ 、 $H_A$  分别为作用在接头  $A$  上的竖向力与水平力。假设每段拱圈的刚度相对于扣索刚度为很大(视为刚体),忽略扣索自重对拱圈的影响,拱圈的侧向缆风对扣索的影响也不予考虑,对隔离体  $k$  在节段接头  $A$  处取力矩为 0,有

$$M_k + \Gamma - T_k L_{sk} = 0 \quad (7)$$

$$\Gamma = V_B L_k - H_B h_k + \sum_q P_{qk} X_{qk}$$

则扣索索力为

$$T_k = \frac{M_k + \Gamma}{L_{sk}} \quad (8)$$

$$L_{sk} = Y_k \cos(\theta_{sk}) + X_k \sin(\theta_{sk})$$

式中:  $M_k$  为节段  $k$  的重力对接头  $A$  的力矩;  $V_B$ 、 $H_B$  分别为作用在接头  $B$  上的竖向力与水平力;  $L_k$ 、 $h_k$  分别为节段  $k$  的水平投影长度与竖直投影长度;  $L_{sk}$  为接头  $A$  到扣索  $k$  的垂直距离;  $X_k$ 、 $Y_k$  分别为节段  $k$  上从扣索  $k$  的扣点位置  $C$  到接头  $A$  这一部分的水平投影长度与竖直投影长度;  $P_{qk}$  为作用在隔离体  $k$  上的第  $q$  个其他荷载;  $X_{qk}$  为  $P_{qk}$  距接头  $A$  的水平距离;  $T_k$  为扣索  $k$  的张拉力;  $\theta_{sk}$  为扣索  $k$  的水平倾角。

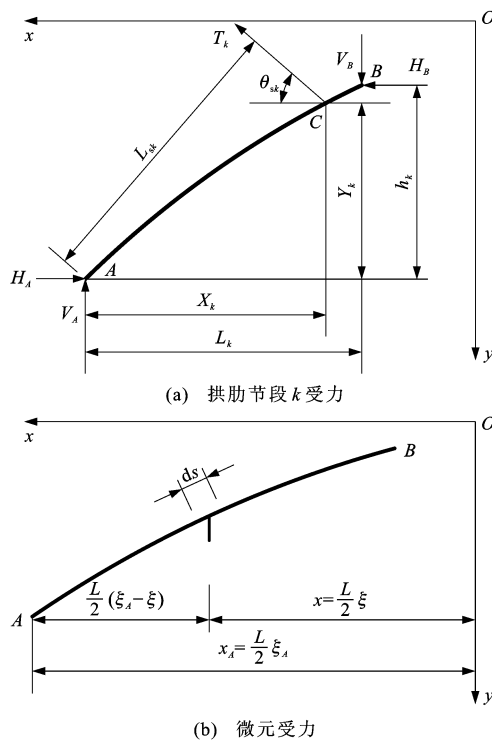


图 1 拱肋节段受力

Fig. 1 Forces of arch segment

假定任一悬臂浇筑节段  $k$  的容重为  $\gamma$ ,在节段任意位置  $x$  处取一微段  $ds$ (图 1(b)),该微段的截面积为  $S_x$ ,节段两端接头  $A$ 、 $B$  位置分别为  $x_A$ 、 $x_B$ ,则该微段的重力对接头  $A$  的力矩为

$$G_x = \gamma S_x (x_A - x) ds \quad (9)$$

引入量纲为 1 变量  $\xi$ ,设  $L$  为拱圈计算跨径,则  $\xi$  与拱圈水平位置坐标  $x$  一一对应,且  $0 \leq \xi \leq 1$ ,节段两端接头的位置分别为  $\xi_A$ 、 $\xi_B$ ,则式(9)变为

$$G_x = \gamma S_x \left( \frac{L}{2} \xi_A - \frac{L}{2} \xi \right) ds \quad (10)$$

$$\xi = x/l_1$$

$$l_1 = L/2$$

那么整个节段重力对接头  $A$  的力矩为

$$M_k = \int_{\xi_B}^{\xi_A} \gamma S_x \left( \frac{L}{2} \xi_A - \frac{L}{2} \xi \right) ds = \frac{L^2}{4} \gamma \int_{\xi_B}^{\xi_A} S_x \Omega d\xi \quad (11)$$

$$\Omega = (\xi_A - \xi) \sqrt{1 + \eta^2 \operatorname{sh}^2(K\xi)}$$

$$\eta = 2Kf/L(\alpha - 1)$$

$$K = \ln(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1})$$

如果拱圈是等截面(面积为  $S$ )的,即  $S_x = S$ ,则式(11)可简化为

$$M_k = \gamma S \frac{L^2}{4} \int_{\xi_B}^{\xi_A} \Omega d\xi \quad (12)$$

将式(11)代入式(8)得

$$T_k = \left( \frac{\gamma L^2}{4} \int_{\xi_B}^{\xi_A} S_x \Omega d\xi + \Gamma \right) / L_{sk} \quad (13)$$

将式(12)代入式(8)得

$$T_k = \left( \frac{\gamma S L^2}{4} \int_{\xi_B}^{\xi_A} \Omega d\xi + \Gamma \right) / L_{sk} \quad (14)$$

式中:  $f$  为拱圈计算矢高;  $\alpha$  为拱轴系数。

式(13)、(14)为零弯矩法计算斜拉扣锚悬臂浇筑施工扣索索力的理论公式,实质上控制的是截面内力,目标是零弯矩,思路清晰,目标直接,适宜编程,可以计算任意多组扣索索力,而且接头不论铰接还是固结均适用。零弯矩法不仅可以控制接头的弯矩,还可以控制拱脚处于零弯矩状态,从而保证拱圈悬臂施工过程的安全。本文采用零弯矩法对马蹄河大桥施工控制索力进行求解。

## 2 工程实例简介

马蹄河大桥主桥为等截面悬链线钢筋混凝土拱桥,分左、右两幅设计且受力独立。主拱净跨径为 180 m,净矢高为 32 m,净矢跨比为 1/5.625,拱轴系数为 1.988。主拱圈采用单箱双室截面,高度为 3.3 m,宽度为 7.5 m。主拱左、右各分为 14 个节段,由拱脚向拱顶分别为 1#~14# 节段,合龙段为 15# 节段,跨中合龙段长度为 2.0 m,共 29 个节段。拱脚采用支架现浇施工,合龙段采用吊架施工,其余节段采用斜拉扣锚悬臂浇筑施工。施工现场见图 2。拱圈混凝土强度等级为 C50,桥梁设计荷载为公路-I 级。桥梁立面见图 3。



(a) 悬臂浇筑主拱圈



(b) 架设桥面

图 2 马蹄河大桥施工现场

Fig. 2 Construction site of Matihe Bridge

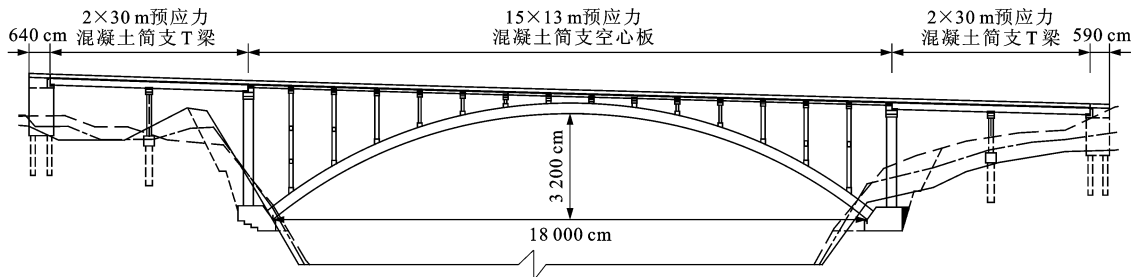


图 3 马蹄河大桥立面

Fig. 3 Elevation of Matihe Bridge

## 3 施工阶段划分与计算模型

马蹄河大桥主拱圈采用斜拉索扣锚挂篮悬臂浇筑施工,1# 节段采用支架施工,1# 节段混凝土强度达到 85% 后,张拉 1# 扣锚索并安装挂篮进行 2# 节

段的施工,2#~14# 节段利用挂篮进行悬臂浇筑施工,节段  $i$  ( $i=2\sim14$ ) 的标准施工过程见图 4。整个主拱圈悬臂浇筑施工阶段划分见表 1,其中阶段  $V$  为正整数。因该桥结构左右不对称,故需建立整个主拱圈模型进行分析。主拱圈施工扣、锚索系统见图 5,

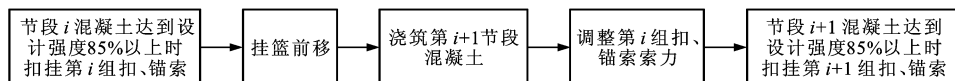


图 4 节段  $i$  标准施工过程

Fig. 4 Standard construction process of segment  $i$

表 1 施工阶段划分  
Tab. 1 Division of construction stages

| 施工阶段        | 施工内容       | 施工天数 | 施工阶段          | 施工内容         | 施工天数 |
|-------------|------------|------|---------------|--------------|------|
| 1           | 施工基础与墩身    | 90   | 28            | 悬浇 9# 节段     | 9    |
| 2           | 支架施工 1# 节段 | 15   | 29            | 拆除 5# 扣、锚索   | 0    |
| 3           | 张拉 1# 扣、锚索 | 0    | 3V+3(V=9、10)  | 张拉 V# 扣、锚索   | 0    |
| 4           | 安装挂篮,绑扎钢筋  | 2    | 3V+4(V=9、10)  | 移动挂篮,绑扎钢筋    | 2    |
| 5           | 悬浇 2# 节段   | 9    | 3V+5(V=9、10)  | 悬浇 (V+1)# 节段 | 9    |
| 6           | 张拉 2# 扣、锚索 | 0    | 36            | 张拉 11# 扣、锚索  | 0    |
| 7           | 移动挂篮,绑扎钢筋  | 2    | 37            | 拆除 7# 扣、锚索   | 0    |
| 8           | 悬浇 3# 节段   | 9    | 38            | 移动挂篮,绑扎钢筋    | 2    |
| 3V(V=3、4)   | 张拉 V# 扣、锚索 | 0    | 39            | 悬浇 12# 节段    | 9    |
| 3V+1(V=3、4) | 移动挂篮,绑扎钢筋  | 2    | 3V+4(V=12、13) | 张拉 V# 扣、锚索   | 0    |
| 3V+2(V=3、4) | 悬浇 V+1# 节段 | 9    | 3V+5(V=12、13) | 移动挂篮,绑扎钢筋    | 2    |
| 15          | 拆除 1# 扣、锚索 | 0    | 3V+6(V=12、13) | 悬浇 (V+1)# 节段 | 9    |
| 3V+1(V=5~7) | 张拉 V# 扣、锚索 | 0    | 46            | 张拉 14# 扣、锚索  | 0    |
| 3V+2(V=5~7) | 移动挂篮,绑扎钢筋  | 2    | 47            | 拆除挂篮         | 1    |
| 3V+3(V=5~7) | 悬浇 V+1# 节段 | 9    | 48            | 安装吊架         | 2    |
| 25          | 拆除 3# 扣、锚索 | 0    | 49            | 合龙段施工        | 2    |
| 26          | 张拉 8# 扣、锚索 | 0    | 50            | 分级拆除扣、锚索     | 4    |
| 27          | 移动挂篮,绑扎钢筋  | 2    |               |              |      |

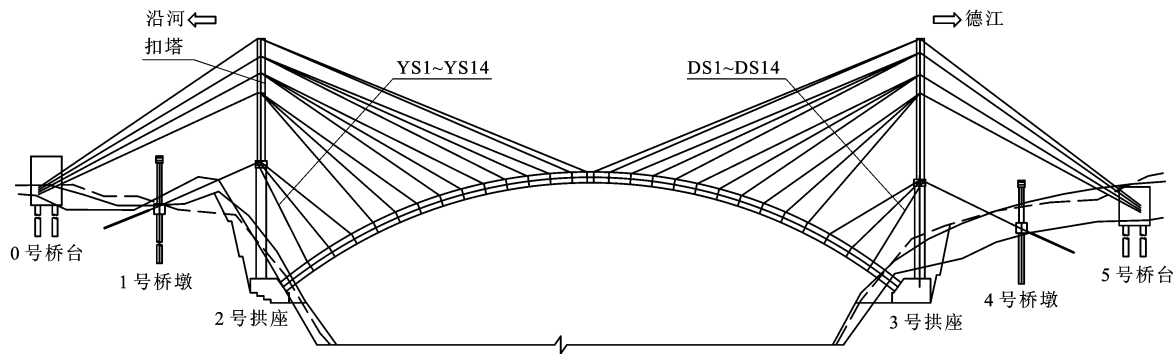


图 5 扣、锚索系统

Fig. 5 Stayed and anchored cable system

其中斜拉索采用 $\phi^{15.2}$  钢绞线,根据索力大小确定钢绞线数量,图中 YS1~YS14 分别为沿河岸 1#~14# 扣索,DS1~DS14 分别为德江岸 1#~14# 扣索,扣塔采用  $\phi 820\text{ mm}\times 16\text{ mm}$  与  $\phi 377\text{ mm}\times 8\text{ mm}$  两种型号的钢管搭设支架,各主要构件用材及其力学参数见表 2。在施工阶段计算时,利用 MIDAS 激活与钝化功能建立全桥计算模型,并考虑混凝土收缩、徐变与结构压柱效应。斜拉扣锚悬臂浇筑施工的结

表 2 主要构件材料与参数  
Tab. 2 Materials and parameters of main components

| 构件  | 材料  | 规格            | 弹性模量/MPa          | 泊松比 | 容重/( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$ ) | 设计强度/MPa      |               |
|-----|-----|---------------|-------------------|-----|--------------------------------------|---------------|---------------|
|     |     |               |                   |     |                                      | 抗压            | 抗拉            |
| 主拱圈 | 混凝土 | C50           | $3.45\times 10^4$ | 0.2 | 26.00                                | 22.40         | 1.83          |
| 扣塔  | 钢材  | Q345A         | $2.06\times 10^5$ | 0.3 | 76.98                                | $\geq 345.00$ | $\geq 345.00$ |
| 斜拉索 | 钢绞线 | $\phi^{15.2}$ | $1.95\times 10^5$ | 0.3 | 78.50                                |               | 1 260.00      |
| 过渡墩 | 混凝土 | C30           | $3.00\times 10^4$ | 0.2 | 26.00                                | 18.40         | 1.65          |

构计算模型见图 6,扣、锚索按 Ernst 公式修正弹性模量的桁架单元模拟,其他构件采用梁单元模拟,共计 919 个节点,126 个桁架单元,2 001 个梁单元,其

中扣塔结构部分单元释放梁端约束,拱脚与斜拉索锚固端采用固定约束,斜拉索与主拱圈采用刚臂与主从约束连接,斜拉索与扣塔采用刚性连接。

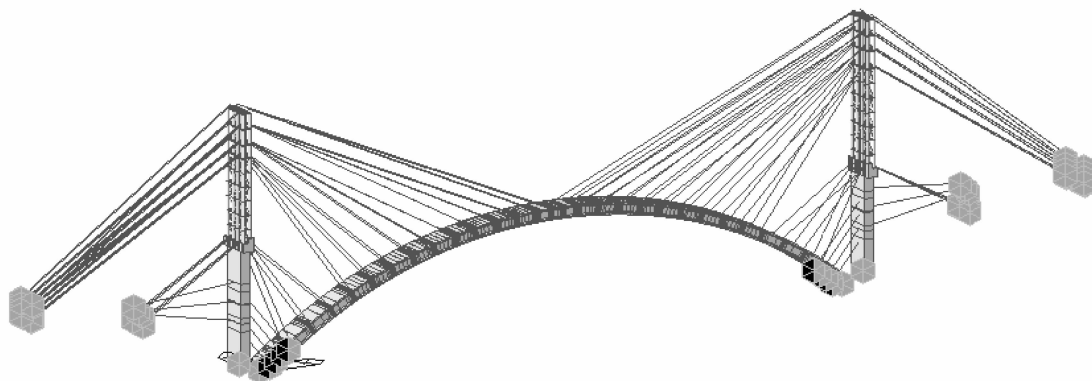


图 6 结构计算模型

Fig. 6 Calculation model of structure

## 4 主拱施工过程索力控制

### 4.1 合理施工状态的索力确定

在斜拉扣锚悬臂浇筑施工扣索索力求解过程中,控制条件应该取弯矩、位移、应力的最大值、最小值与“零”值,控制变量为特定扣、锚索的拉力。采用零弯矩法进行索力控制时,控制目标为拱圈弯矩,应该同时考虑拱圈应力与位移是否满足要求,一般需满足以下控制条件:扣塔不受或仅受较小的弯矩作用或塔顶水平位移满足限值;主拱圈的应力不超限;索力不能集中在某几根拉索上,而应该适量分配到每根拉索上;各扣点的竖向位移应控制在一定范围内。

由于各节段间采用固结连接,主拱线形一旦成形就难以调整,故主拱位形宜高不宜低,本文控制各扣点竖向位移为 $\pm 10$  mm。在采用上述方法获得索力后按正装分析获取各施工阶段位移与应力,根据实际情况进行适当调整即可获得满意的施工控制张拉索力,此时控制拱圈截面上、下缘拉应力不超过 1.5 MPa。锚索的索力计算假定扣塔为刚性或扣塔给扣索以刚性支撑,然后以扣、锚索水平分力相等或扣塔上支撑反力的合力等于锚索索力的原则确定。YS1~YS13 扣索索力计算结果见图 7。由图 7 可见,在拆除扣、锚索与浇筑节段混凝土的施工阶段索力变化较大,需较多的调整索力,如 YS1 扣索在第 5 个施工阶段(浇筑 2<sup>#</sup> 节段)时的索力为 2 333.3 kN,而随后的 2 个施工阶段(张拉 2<sup>#</sup> 扣索与移动挂篮和绑扎钢筋),索力分别减小为 1 386.2、1 391.3 kN,其他阶段除悬臂端需要增大索力外,其他扣索索力几乎

不变或仅需微调,从而大大降低了施工工序数与调索工作量,这是采用零弯矩法的最大优点。浇筑阶段因为混凝土湿重较大,因此,该阶段是 1 个标准过程中索力最大的工序。结合图 4 中一个标准节段的 5 个工序可知,前 3 个工序中只要第 1、3 个工序安全,第 2 个工序肯定安全,因为第 2 个工序结构受力介于这 2 个工序之间,因而第 2 个工序一般不需要主动调整索力,该工序往往也是一个标准节段施工中索力最小的工序。从索力变化趋势来看,各扣索的索力变化基本都是先增大然后逐渐减小,即整个索力调整过程基本是先增大索力然后逐渐松索或拆除的过程,这与“斜拉索在施工阶段作为提供主拱圈支撑刚度的临时索,施工完成后拆除”的原则不谋而合。将图 7 中各扣索的索力变化与施工阶段一一对应来看,各扣索的变化规律基本相同,尤其是临近的几根扣索,在同一施工阶段索力同增同减,这说明每根斜拉索都能充分发挥作用,符合索力均匀分布的原则。

### 4.2 各施工阶段控制断面的应力分析

在控制索力作用下,拱圈扣点 3、5、7、9、14 截面上、下缘应力分别见图 8(a)~(e),在整个施工过程中,拱脚截面上、下缘应力见图 8(f)。由图 8(a)~(e)可见:整个施工过程各控制截面上、下缘拉应力最大值为 1.43 MPa,大多数节点处于“零”拉应力状态,说明拱圈截面处于“零”弯矩状态或弯矩很小,满足施工控制要求,达到了施工控制目标;随着施工的进展,上、下缘应力曲线呈现交错、分离与再交错的形状,最终落在压应力区,例如扣点 5 对应的截面在施工阶段 16 时,该扣索开始张拉,此时截面上缘压

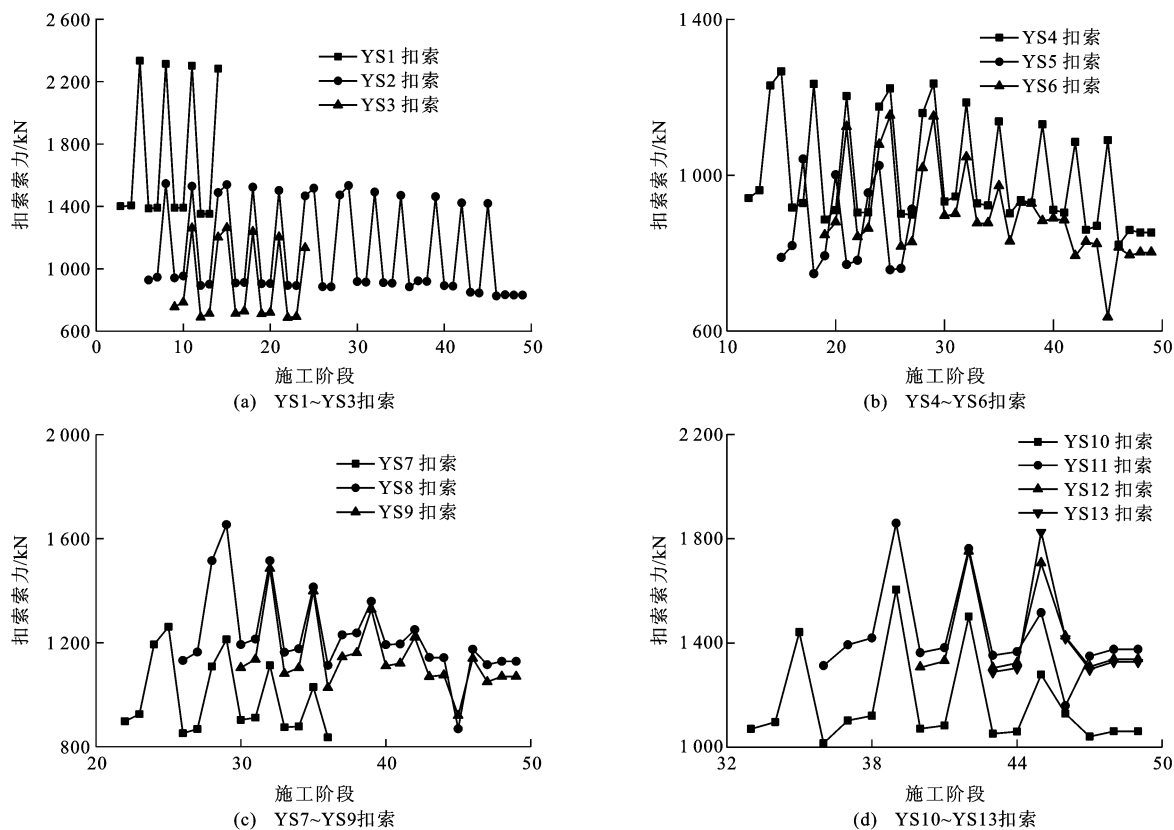


图7 施工阶段 YS1~YS13 扣索索力

Fig. 7 Tensions of cable YS1-YS13 at construction stages

应力为 1.79 kPa, 在施工阶段 33, 压应力最大增大为 2.52 MPa, 最终当拱圈合龙(施工阶段 49)时压应力减小为 1.93 MPa, 截面下缘压应力由 3.36 kPa 变化到最大拉应力 0.97 MPa, 拱圈合龙后变为压应力(1.76 MPa); 从上、下缘应力曲线的变化趋势看, 整体呈下降趋势, 截面下缘由“零”应力到稍大的拉应力后全部进入压应力, 截面上缘由“零”应力逐渐全部进入压应力, 即整个拱圈弯矩为“零”或很小, 拱圈截面由部分受拉进入全截面受压状态, 符合拱桥的受力特点与设计要求。图 8(f) 显示: 拱脚截面上、下缘应力开始较小, 随着施工的推进, 有增大趋势, 但在拱圈合龙前拱脚上、下缘应力又逐渐减小, 最终整个拱脚截面应力较小且均为压应力, 说明采用零弯矩法进行索力调整对拱圈受力有明显的改善作用。综合比较图 7、8 可见, 截面应力的变化趋势与索力的变化趋势基本一致。

#### 4.3 最大悬臂状态索力优化

斜拉桥可以通过成桥后的索力调整得到其合理成桥状态, 并由合理成桥状态为初始状态进行倒拆分析, 计算任意施工阶段的索力。拱桥施工中的扣索为临时索, 拱圈合龙后即拆除, 所以无法直接得到其合理成桥状态。然而当拱桥结构形式与施工过程

确定之后, 恒载作用下的成桥内力可由合龙前的索力确定, 即可以由合龙前为初始状态进行正装分析计算。另外, 还可以由合龙前的结构状态为初始状态进行倒拆分析, 进而确定各浇筑阶段扣索的索力, 因此, 合龙前的索力调整可有效地改变拱圈的内力分布, 使其受力处于更加合理状态<sup>[23]</sup>。拱圈结构的弯曲应变能可表示为

$$U = \int \frac{M_s^2}{2EI} ds \quad (15)$$

式中:  $M_s$  为拱圈任意截面上的弯矩;  $E$  为弹性模量;  $I$  为截面惯性矩。

对于离散的杆系结构, 式(15)可改写为

$$U = \sum_{r=1}^w \frac{l_r}{4E_r I_r} (M_{Lr}^2 + M_{Rr}^2) \quad (16)$$

式中:  $l_r$ 、 $E_r$ 、 $I_r$  分别为单元  $r$  的长度、弹性模量与截面惯性矩;  $M_{Lr}$ 、 $M_{Rr}$  分别为单元  $r$  的左、右端弯矩。

式(16)可以表示为矩阵形式, 即

$$U = \mathbf{M}_L^T \mathbf{B} \mathbf{M}_L + \mathbf{M}_R^T \mathbf{B} \mathbf{M}_R \quad (17)$$

$$\mathbf{B} = \text{diag}(b_{11}, \dots, b_{rr}, \dots, b_{ww})$$

$$b_{rr} = \frac{l_r}{4E_r I_r}$$

式中:  $\mathbf{M}_L$ 、 $\mathbf{M}_R$  分别为单元左、右端弯矩矩阵;  $\mathbf{B}$  为系



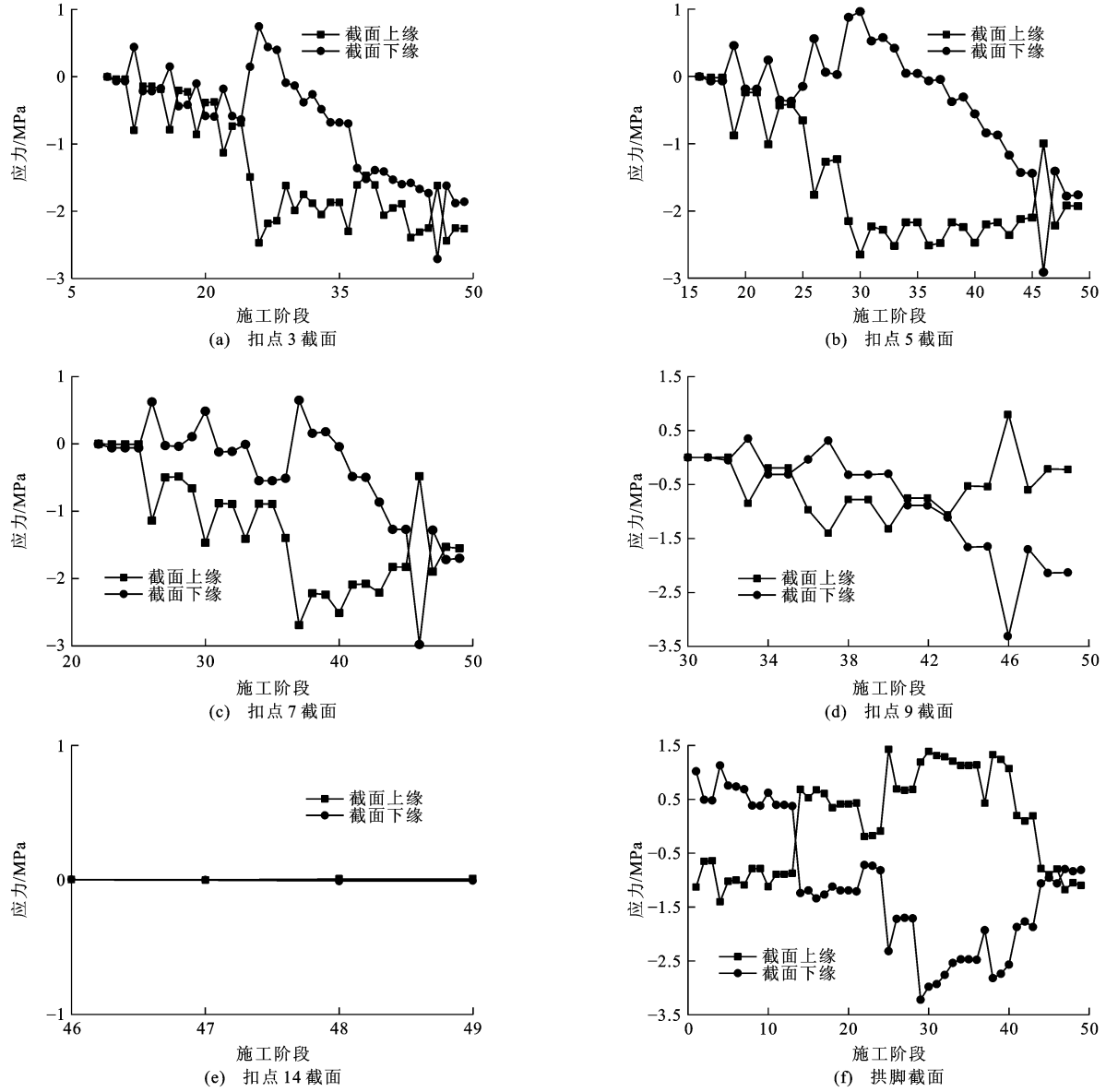


图 8 控制断面上、下缘应力

Fig. 8 Stresses at top and bottom sides of control sections

数矩阵;  $b_{rr}$  为  $B$  中的对角元素。

以索力为施调向量  $T$ , 在调索前单元的左、右端弯矩分别为  $M_L^0$ 、 $M_R^0$ , 调索后的弯矩为

$$\begin{cases} M_L = M_L^0 + A_L T \\ M_R = M_R^0 + A_R T \end{cases} \quad (18)$$

式中:  $A_L$ 、 $A_R$  分别为索力对单元左、右端弯矩的影响矩阵。

将式(18)代入式(17), 可得

$$U = \frac{1}{2} T^T H T + C^T T + U_0 \quad (19)$$

$$H = 2(A_L^T B A_L + A_R^T B A_R)$$

$$C = (M_L^{0T} B A_L)^T + A_L^T B M_L^0 + (M_R^{0T} B A_R)^T + A_R^T B M_R^0$$

$$U_0 = M_L^{0T} B M_L^0 + M_R^{0T} B M_R^0$$

为了保证拱圈结构安全与线形合理, 同时应满足如下约束条件。

(1) 保证扣索满足规范规定的安全系数  $k'$ , 表示为

$$0 < T_k \leq 1/k' f_k A_k \quad (20)$$

式中:  $f_k$ 、 $A_k$  分别为扣索  $k$  的抗拉强度标准值与截面积。

(2) 索力应尽量分布均匀, 引入扣索  $k$  的索力不均匀系数  $\delta_k$ , 表示为

$$\delta_k = (T_{k-1} + T_{k+1})/2 - T_k \quad (21)$$

$\delta_k$  应该满足

$$|\delta_k| \leq \epsilon \quad (22)$$

式中:  $\epsilon$  为控制索力差值的参数。

(3)进一步控制拱圈截面内力与线形,表示为

$$\mathbf{F}_1 \leq \mathbf{F}_0 + \mathbf{A}_T \mathbf{T} \leq \mathbf{F}_2 \quad (23)$$

式中: $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  分别为位移或内力的下限与上限; $\mathbf{A}_T$  为索力组成的施调向量  $\mathbf{T}$  对内力或位移的影响矩阵; $\mathbf{F}_0$  为调索前的内力或位移。

综上,可得拱圈结构索力优化目标函数与约束条件分别为

$$\min f(x) = \frac{1}{2} \mathbf{T}^T \mathbf{H} \mathbf{T} + \mathbf{C}^T \mathbf{T} \quad (24)$$

$$\text{s. t. } 0 < T_k \leq 1/k' f_k A_k$$

$$|\delta_k| \leq \varepsilon$$

$$\mathbf{F}_1 \leq \mathbf{F}_0 + \mathbf{A}_T \mathbf{T} \leq \mathbf{F}_2$$

影响矩阵和单元左、右端弯矩都可以从 MIDAS 里直接导出,然后使用 MATLAB 优化工具箱,利用二次规划函数即可求解该优化问题。本文利用上述优化模型对最后几个悬臂施工阶段的索力进行了分析,优化后的索力见图 7。

## 5 施工过程稳定性分析

主拱圈施工过程除了应力与线形满足设计要求外,为保证施工过程的安全,结构稳定性问题也不可忽视<sup>[29]</sup>。定义拱圈达到稳定承载力的总荷载  $P$  为

$$P = \lambda(P_d + P_c)$$

式中: $P_d$  为本阶段施工前已作用在拱圈结构上的荷载; $P_c$  为本阶段施工作用的外荷载; $\lambda$  为本施工阶段的稳定安全系数。

对马蹄河大桥主拱施工过程进行静力弹性稳定分析,拱圈稳定安全系数计算结果见图 9。由图 9 可知:最大稳定安全系数为 197.50,最小稳定安全系数为 13.03,整个施工过程拱圈的稳定安全系数波动较大,整体呈下降趋势,但仍然保持较大的稳定安全系数;当主拱合龙后,稳定安全系数相对之前的几个阶段有一定增加;最大悬臂施工阶段的索力经

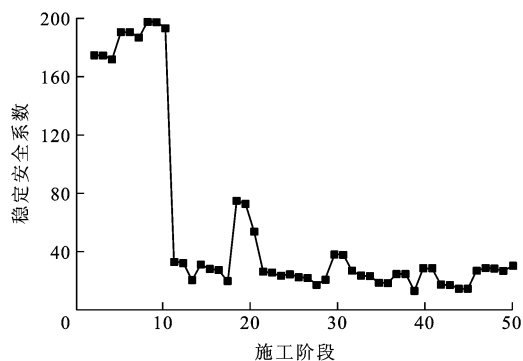


图 9 拱圈稳定安全系数

Fig. 9 Stability safety factors of arch ring

过优化后,稳定安全系数最小的阶段为悬臂浇筑 12# 节段的阶段(施工阶段 39),而并非最大悬臂状态,表明采用斜拉扣、锚悬臂施工的拱桥,施工阶段的稳定性与扣、锚索系统及扣、锚索的拉力关系密切,因为扣、锚索为施工阶段的临时结构提供了足够的支承刚度。

## 6 扣、锚索系统拆除顺序分析

主拱圈合龙之后,需要拆除扣塔与临时扣、锚索,以完成主拱结构的体系转换。为保证拱圈的安全性,应该按一定的顺序对称分级进行拆除,一般拆除扣、锚索是按照从拱顶到拱脚的顺序,一根索可分 2 次拆除,第 1 次使其索力卸载到成拱索力的 50%,第 2 次再进行完全卸载。为了说明拆除顺序对拱圈的影响,分析时考虑 2 种方案:方案 I 为从拱顶至拱脚按顺序拆除;方案 II 为从拱脚至拱顶按顺序拆除。分析过程中以拱顶截面、1/4 拱圈截面与拱脚截面作为控制断面,计算每个施工阶段主拱控制断面的内力与应力。对于 2 种拆除方案,每个施工阶段主拱控制断面上、下缘的应力变化见图 10。由图 10 可知:扣、锚索的不同拆除顺序对各施工阶段控制断面的应力影响较大。为了保证扣、锚索拆除过程中主拱圈结构的安全,建议采用方案 I 进行扣、锚索的拆除。

## 7 结 语

(1)以马蹄河大桥设计结构分析与施工方案制定为实际工程背景,分析了大跨径钢筋混凝土拱桥主拱悬臂浇筑施工的全过程,包括各施工阶段控制索力的计算和优化及各施工阶段的稳定性分析,探讨了扣、锚索系统的卸载程序,研究成果支持并保证了国内首座采用悬臂浇筑施工跨径达 180 m 的钢筋混凝土箱型拱桥设计和施工建设顺利完成。

(2)采用斜拉扣锚悬臂浇筑施工的拱桥各施工阶段扣索索力可按零弯矩法确定,可根据扣、锚索水平分力相等的原则确定锚索的索力。

(3)采用零弯矩法进行索力调整,可使主拱大多数节点处于“零”弯矩状态,随着施工的进展,主拱上、下缘应力整体呈下降趋势,拱圈由部分受拉逐渐进入全截面受压状态。

(4)扣、锚索系统是采用斜拉扣锚悬臂浇筑施工的关键,合理的扣、锚索系统及其张拉力直接关系到施工过程的安全与稳定,并可以改善主拱施工过程及成拱的内力状态。

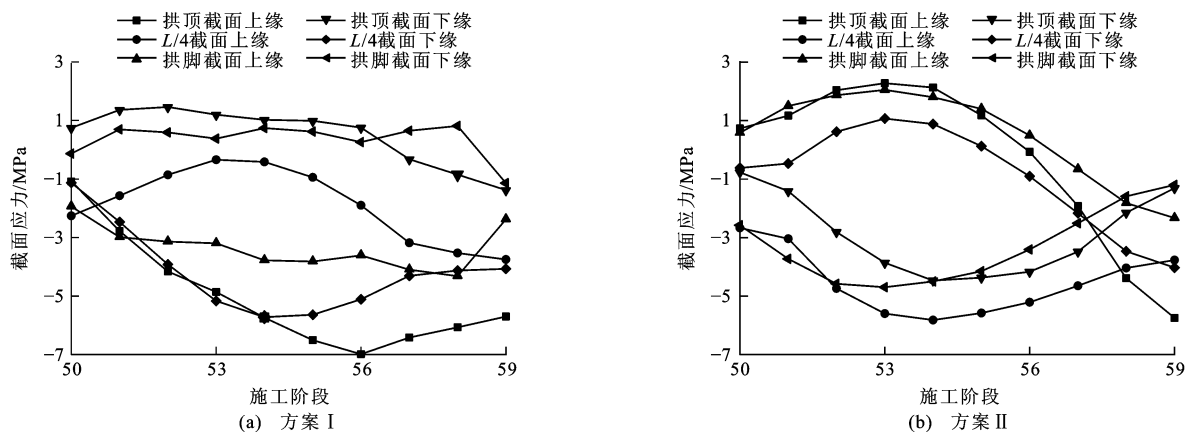


图10 不同拆除方案下控制断面应力

Fig. 10 Stresses of control sections for different removal schemes

(5)采用斜拉扣锚悬臂浇筑修建拱桥主拱施工阶段的稳定性与其他工法施工的拱桥不同,这是由于扣、锚索系统为施工中的拱圈提供了较大的支承刚度。

(6)最大悬臂状态是索力调整的最后阶段,也是成拱的前一个阶段,对最大悬臂状态进行索力优化有利于各浇筑阶段索力的确定,也有利于拱圈成拱内力的调整。

(7)扣、锚索系统拆除顺序对成拱的应力影响较大,为确保成拱后的拱圈应力状态符合设计要求或改善成拱应力状态,应对扣、锚索卸载程序进行优化。

(8)分析方法和经验可供同类桥梁设计和施工分析参考,对推动国内大跨径钢筋混凝土拱桥悬臂浇筑施工技术的发展具有实用意义。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] PEREZ-FADÓN S, HERRERO J E, SÁNCHEZ J J. Los Tilos Arch on La Palma Island[C]//CHEN Bao-chun, WEI Jian-gang. Proceedings of the 6th International Conference on Arch Bridges. Zagreb: SECON-HDGK, 2010: 143-150.
- [2] RADIĆ J, ŠAVOR Z, PRPIĆ V, et al. Design and construction of the Maslenica Highway Bridge[C]//RADIĆ J, CHEN Bao-chun. Proceedings of the 1st Chinese-Croatian Joint Colloquium on Long Arch Bridges. Zagreb: SECON-HDGK, 2008: 229-240.
- [3] ŠAVOR Z, MUJKANOVIC N, HRELJA G, et al. Construction of Krka River Arch Bridge near Skradin[C]//CHEN Bao-chun, RADIĆ J. Proceedings of the 2nd Chinese-Croatian Joint Colloquium on Construction of Arch Bridges. Zagreb: SECON-HDGK, 2009: 323-332.
- [4] 许有胜,陈宝春.南非布洛克兰斯拱桥[J].中外公路,2005, 25(4):109-112.

- XU You-sheng, CHEN Bao-chun. Bloukrans Bridge of South Africa[J]. Journal of China and Foreign Highway, 2005, 25(4): 109-112. (in Chinese)
- [5] JORDET E A, JACKOBSEN S E. The Svinesund Bridge[J]. Structural Concrete, 2007, 8(4): 201-209.
- [6] ZANETELL D. The Colorado River Bridge at Hoover Dam—overview[J]. HPC Bridge Views, 2010(6): 1-11.
- [7] ŠAVOR Z, BLEIZIFFER J. Long span concrete arch bridges of Europe[C]//RADIĆ J, CHEN Bao-chun. Proceedings of the 1st Chinese-Croatian Joint Colloquium on Long Arch Bridges. Zagreb: SECON-HDGK, 2008: 171-180.
- [8] ŠAVOR Z, MUJKANOVIC N, HRELJA G. Design and construction of Krka River Arch Bridge[C]//RADIĆ J, CHEN Bao-chun. Proceedings of the 1st Chinese-Croatian Joint Colloquium on Long Arch Bridges. Zagreb: SECON-HDGK, 2008: 217-228.
- [9] CHEN Bao-chun. Recent development and future trends of arch bridges[C]//RADIĆ J, KUŠTER M, ŠAVOR Z. Proceedings of the 7th International Conference on Arch Bridges. Zagreb: SECON-CSSE, 2013: 29-46.
- [10] RADIĆ J, KUŠTER M. Aesthetics and sustainability of arch bridges[C]//RADIĆ J, KUŠTER M, ŠAVOR Z. Proceedings of the 7th International Conference on Arch Bridges. Zagreb: SECON-CSSE, 2013: 13-28.
- [11] WÖLFEL R V. The bridge over the Wilde Gera Valley, the longest-spanning road arch bridge in Germany[C]//RADIĆ J, KUŠTER M, ŠAVOR Z. Proceedings of the 7th International Conference on Arch Bridges. Zagreb: SECON-CSSE, 2013: 409-416.
- [12] WÖLFEL R V. The arch bridges of the high-speed-railway across the Thuringian Forest: different erection methods[C]//RADIĆ J, KUŠTER M, ŠAVOR Z. Proceedings of the 7th International Conference on Arch Bridges. Zagreb: SECON-CSSE, 2013: 47-60.
- [13] CHEN Bao-chun. Long span arch bridges in China[C]//RADIĆ J, CHEN Bao-chun. Proceedings of the 1st Chinese-Croatian Joint Colloquium on Long Arch Bridges. Zagreb:

- SECON-HDGK, 2008; 119-134.
- [14] CHEN Bao-chun, LIN Ye. An overview of long span concrete arch bridges in China[C]//RADIĆ J, CHEN Bao-chun. Proceedings of the 1st Chinese-Croatian Joint Colloquium on Long Arch Bridges. Zagreb: SECON-HDGK, 2008; 163-170.
- [15] XU Yong, CHEN Lie, XIE Hai-qing, et al. Design of the Beipanjiang Bridge on the high-speed railway between Shanghai and Kunming[C]//RADIĆ J, CHEN Bao-chun. Proceedings of the 3rd Chinese-Croatian Joint Colloquium on Sustainable Arch Bridges. Zagreb: SECON-CSSE, 2011; 71-82.
- [16] XU Yong, CHEN Ke-jian, REN Wei, et al. Design of Nanpanjiang Grand Bridge on high-speed railway from Kunming to Nanning[C]//RADIĆ J, CHEN Bao-chun. Proceedings of the 3rd Chinese-Croatian Joint Colloquium on Sustainable Arch Bridges. Zagreb: SECON-CSSE, 2011; 83-90.
- [17] 陈宝春, 叶琳. 我国混凝土拱桥现状调查与发展方向分析[J]. 中外公路, 2008, 28(2): 89-96.  
CHEN Bao-chun, YE Lin. Investigation and analysis on the present situation and development direction of concrete arch bridges in China[J]. Journal of China and Foreign Highway, 2008, 28(2): 89-96. (in Chinese)
- [18] 叶琳. 混凝土拱桥斜拉悬臂浇筑施工技术[J]. 福建建筑, 2012, 171(9): 61-64.  
YE Lin. Cable cantilever casting construction technology of concrete arch bridge[J]. Fujian Architecture and Construction, 2012, 171(9): 61-64. (in Chinese)
- [19] 陈宝春. 拱桥技术的回顾与展望[J]. 福州大学学报: 自然科学版, 2009, 37(1): 94-106.  
CHEN Bao-chun. View and review of arch bridge technology[J]. Journal of Fuzhou University: Natural Science Edition, 2009, 37(1): 94-106. (in Chinese)
- [20] 廖旭, 聂东, 张佐安, 等. 白沙沟大桥拱圈悬浇施工[J]. 公路, 2007(9): 49-54.  
LIAO Xu, NIE Dong, ZHANG Zuo-an, et al. Cantilever casting construction techniques of arch ring of Baishagou Bridge[J]. Highway, 2007(9): 49-54. (in Chinese)
- [21] TIAN Zhong-chu, PENG Wen-ping, ZHANG Jian-ren. Cable force control in the construction of arch bridges using inclined cable-stayed buckle and cantilever method[C]//RADIĆ J, KUŠTER M, ŠAVOR Z. Proceedings of the 7th International Conference on Arch Bridges. Zagreb: SECON-CSSE, 2013; 547-554.
- [22] 李晓斌, 蒲黔辉, 杨永清, 等. 钢筋混凝土拱桥悬臂浇注施工模型试验设计与索力优化[J]. 公路, 2007(7): 7-11.  
LI Xiao-bin, PU Qian-hui, YANG Yong-qing, et al. Model design and optimization of cable force for cantilevering cast construction of reinforced concrete arch bridge[J]. Highway, 2007(7): 7-11. (in Chinese)
- [23] 亓路宽, 陈占力, 宋建永, 等. 拱桥悬浇扣挂施工中最大悬臂状态下的索力调整[J]. 公路交通科技, 2007, 24(7): 82-85.  
QI Lu-kuan, CHEN Zhan-li, SONG Jian-yong, et al. Optimization of cable forces before joining during cantilever construction for arch bridge[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2007, 24(7): 82-85. (in Chinese)
- [24] 周叶军, 周厚斌, 张大伟. 基于 ANSYS 的悬臂浇筑拱桥施工扣索索力优化[J]. 四川建筑, 2009, 29(1): 211-213.  
ZHOU Ye-jun, ZHOU Hou-bin, ZHANG Da-wei. Cable force optimization for reinforced concrete arch bridge with cantilever cast method based on ANSYS[J]. Sichuan Architecture, 2009, 29(1): 211-213. (in Chinese)
- [25] 周叶军. 悬臂浇筑钢筋混凝土拱桥最优扣索索力计算方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2008.  
ZHOU Ye-jun. Study on calculation method of optimal stayed-buckle cable force for reinforced concrete arch bridge with cantilever cast method [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2008. (in Chinese)
- [26] 张应奎. 太平湖大桥缆索吊装研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2006.  
ZHANG Ying-kui. Study on cable erection construction of Taiping Lake Large Bridge[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2006. (in Chinese)
- [27] 乔玉英. 定长扣索法在大跨径钢管混凝土拱桥拱肋安装中的应用[D]. 重庆: 重庆交通学院, 2003.  
QIAO Yu-ying. The application of limit length of cable method in long-span concrete filled steel tubular arch bridge's rib assembling[D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2003. (in Chinese)
- [28] 蔡净. 定长扣索法安装拱桥架节段控制索力计算[J]. 中南公路工程, 2003, 28(3): 16-17, 26.  
CAI Jing. Calculation of force in control cable for arch segment erection with one-time jacking cable method[J]. Central South Highway Engineering, 2003, 28(3): 16-17, 26. (in Chinese)
- [29] 牛润明, 安蕊梅, 邓海. 钢管混凝土拱桥施工关键技术及稳定性分析[J]. 筑路机械与施工机械化, 2013, 30(3): 67-69.  
NIU Run-ming, AN Rui-mei, DENG Hai. Key construction technique and stability analysis of concrete-filled steel tube arch bridge[J]. Road Machinery and Construction Mechanization, 2013, 30(3): 67-69. (in Chinese)