

文章编号:1671-1637(2015)05-0026-08

## 悬索桥主缆和短吊杆轴力计算方法

曾 森<sup>1</sup>, 马新伟<sup>1</sup>, 陈少峰<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学(威海) 土木工程系, 山东 威海 264209;  
2. 哈尔滨工业大学 交通科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090)

**摘要:**为解决短吊杆轴力难以用频率法确定的问题,提出了确定悬索桥主缆和短吊杆轴力的节点平衡法和比拟法。节点平衡法以吊点为分析对象建立以主缆轴力为未知量的超定平衡方程组,从而获取主缆轴力的最小二乘解,并进一步确定短吊杆轴力。比拟法基于长吊杆轴力与简支梁弯矩间关系,建立主缆线形与长吊杆轴力的关系方程,最终确定主缆的水平张力与短吊杆的轴力。以贵州南盘江悬索桥为例,分别应用节点平衡法和比拟法得出主缆张力和吊杆轴力。计算结果表明:2种方法的计算值与频率法实测值相近,节点平衡法所得主缆张力误差为-4.3%(上游)和3.1%(下游),比拟法所得主缆张力误差为-8.6%(上游)和-0.1%(下游);2种方法所得长吊杆轴力最大误差约为10%,上游吊杆轴力平均误差小于2%,下游吊杆轴力平均误差约为9%。可见,节点平衡法和比拟法是确定主缆和短吊杆轴力的有效方法。

**关键词:**桥梁工程;悬索桥;主缆轴力;短吊杆轴力;平衡方程;节点平衡法;比拟法

中图分类号:U441.5 文献标志码:A

## Computation methods of axial forces for main cables and short hangers of suspension bridges

ZENG Sen<sup>1</sup>, MA Xin-wei<sup>1</sup>, CHEN Shao-feng<sup>2</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology(Weihai), Weihai 264209, Shandong, China;  
2. School of Transportation Science and Engineering, Harbin Institute of Technology,  
Harbin 150090, Heilongjiang, China)

**Abstract:** To solve the problem that the axial forces of short hangers can not be measured by vibration method, nodal equilibrium method and analogy method were provided to estimate the axial forces of main cables and short hangers of suspension bridges. Nodal equilibrium method took the suspension points as analytical object to set up the over determined equilibrium equations in which the axial forces of main cables were unknown, the least squares solution of axial forces of main cables was obtained, and the axial forces of short hangers were determined. Analogy method analyzed the relationship between the axial forces of long hangers and the bending moment of equivalent beam, set up the relationship equations between the linetypes of main cables and the axial forces of long hangers to ultimately determine the horizontal tensions of main cables and the axial forces of short hangers. Guizhou Nanpan River Suspension Bridge was taken as an example, and the axial forces of main cables and hangers were estimated by using the two methods respectively. Computation result shows that calculation values by the two methods are close to the values measured by vibration method. The errors of axial forces of main cables by nodal equilibrium method are -4.3% (upstream) and 3.1% (downstream), and the errors by

收稿日期:2015-04-15

基金项目:国家自然科学基金项目(51308157)

作者简介:曾 森(1983-),男,广东梅县人,哈尔滨工业大学(威海)讲师,工学博士,从事计算结构力学与桥梁结构分析研究。

analogy method are  $-8.6\%$  (upstream) and  $-0.1\%$  (downstream). The maximum error of axial forces of long hangers by both methods is about  $10\%$ . The average errors of axial forces of upstream hangers are less than  $2\%$ , and the errors of downstream hangers are about  $9\%$ . So nodal equilibrium method and analogy method are effective to determine the axial forces of main cables and short hangers. 5 tabs, 7 figs, 20 refs.

**Key words:** bridge engineering; suspension bridge; axial forces of main cables; axial forces of short hangers; equilibrium equation; nodal equilibrium method; analogy method

**Author resume:** ZENG Sen(1983-), male, lecturer, PhD, +86-631-5684992, richard-zen@163.com.

## 0 引言

主缆是悬索桥最重要的结构构件,它的性能直接决定了整座桥梁的性能<sup>[1]</sup>。对于已建悬索桥的评估和加固工作而言,准确估计主缆的状态是整个桥梁评估工作的重点环节。另外吊杆是悬索桥重要的传力构件,确定吊杆状态也是桥梁评估工作的关键之一,韩万水等对四渡河大桥进行有限元模型修正时就非常重视吊杆力的实测数据<sup>[2]</sup>。主缆和吊杆是柔性构件,几何刚度是构件总刚度的主要组成部分,因此,多数学者认为柔性构件的线形和轴力决定了其刚度。唐茂林等采用分段悬链线法计算了悬索桥成桥主缆线形<sup>[3]</sup>;齐东春等采用解析计算方法计算了悬索桥空间缆索线形<sup>[4]</sup>;陈常松等采用悬链线方程精细迭代分析法计算了悬索桥主缆初始位形<sup>[5]</sup>。在进行构件状态评估时,不仅要评估构件的截面损伤情况,还要准确测量构件的线形,更要合理确定主缆和吊杆的轴力,王达等提出对于大跨悬索桥的索股张力需要进行精细化的控制<sup>[6]</sup>。

主缆线形测量可以采用经纬仪与全站仪等仪器直观测量,而轴力一般采取间接测量的办法。目前,确定主缆和吊杆轴力的方法主要是采用测量频率或磁通量的手段直接获取能体现轴力的特征物理量,从而间接反映构件轴力。其中测频法是测量柔索张力最常用的方法,在工程中被广泛应用,近年来有许多学者对其进行发展和修正。陈常松等分析了经典理论的阶次误差和约束误差<sup>[7]</sup>;唐盛华等考虑了边界条件从而对经典公式进行了修正<sup>[8]</sup>;Kim 等提出了可同时计算拉力、抗弯刚度和轴向刚度的方法<sup>[9]</sup>;Zui 等考虑了抗弯刚度和主缆下垂因素在计算过程中的影响<sup>[10]</sup>;Fang 等将曲线拟合技术应用到了计算方法中<sup>[11]</sup>;Nam 等在计算过程中对小抗弯刚度进行了简化假设<sup>[12]</sup>。近年来出现了一些新的测量手段,Pelgrims 等发明了一种新型传感器用以测量细索张力,虽然目前仅针对骨外科手术,但稍加改造即

可应用于桥梁工程<sup>[13]</sup>;Gao 等采用纤维传感器测量预应力索的张力<sup>[14]</sup>,但由于技术较新且限制较多,还没有大规模使用;Cho 等系统对比了斜拉桥索力各种场测技术的优缺点<sup>[15]</sup>。

目前,大多数悬索桥和斜拉桥的索力测量都采用了测频法或类似的方法<sup>[16-20]</sup>。这种方法计算过程简单,结果令人信服。然而测频法测量长吊杆和主缆的轴力精度较高,但是测量短吊杆的轴力精度很低。另外,由于边跨主缆位置较低,且无吊杆干扰,故能方便测得边缆自振频率,但是中跨主缆一般位置很高而很难布置传感器,且吊杆的存在干扰测试。磁通量法只能获得构件的轴力增量,得不到轴力全量。再者,由于测量误差的存在,不同构件间测量结果不能相互印证,甚至会相互矛盾。本文提出简单有效的节点平衡法和比拟法确定悬索桥主缆和短吊杆的轴力,并通过一个实例验证方法的可行性。

## 1 节点平衡法

对旧桥进行评估时,实桥所受荷载和设计图纸往往是有差别的,特别是历史上经过多次路面铺装的旧桥。另外,由于吊杆腐蚀与松弛等原因,吊杆的轴力很难通过图纸荷载计算的办法确定而需要采用测频法测定。然而测频法对于短吊杆的轴力测量精度很差,一般短吊杆的轴力是无法测得的。节点平衡法通过静力平衡的原理确定主缆的轴力,进而确定所有吊杆的轴力。

主缆是柔性构件,通常忽略其抗弯刚度。吊杆间距较小时可用一系列二力杆模拟主缆(图 1)。设一共有  $n$  根吊杆,第  $i$  根吊杆对应的节点坐标为

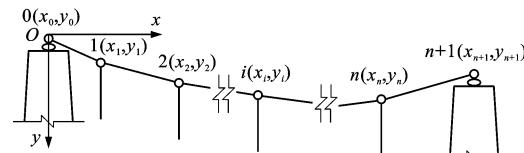


图 1 主缆线形与节点编号

Fig. 1 Linetype of main cable and node numbers

$(x_i, y_i)$ , 其中  $m$  根吊杆的轴力无法测定。 $n$  根吊杆对应的  $n$  个主缆节点坐标与主缆在主塔上编号为 0 和  $n+1$  的两个端点坐标  $(x_0, y_0), (x_{n+1}, y_{n+1})$  可通过全站仪或经纬仪等仪器测定。坐标系  $xOy$  的原点  $O$  与点 0 重合。

对吊杆对应的节点进行受力分析, 对于任一根吊杆, 不论其吊杆轴力是否被测得都可对节点列出水平投影平衡方程, 吊杆轴力可被测得时可对节点列出竖直投影平衡方程(图 2), 分别为

$$[c_i \ -c_{i+1}] \begin{bmatrix} N_i \\ N_{i+1} \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$

$$[s_i \ -s_{i+1}] \begin{bmatrix} N_i \\ N_{i+1} \end{bmatrix} = G_i + T_i \quad (2)$$

$$c_i = \cos(\alpha_i) = \frac{x_i - x_{i-1}}{L_i} \quad (3)$$

$$s_i = \sin(\alpha_i) = \frac{y_i - y_{i-1}}{L_i} \quad (4)$$

式中:  $c_i, s_i$  分别为第  $i$  段主缆倾角  $\alpha_i$  的余弦和正弦;  $N_i, N_{i+1}$  分别为第  $i$  个节点前、后段主缆的轴力;  $G_i$  为第  $i$  个节点上索夹重力和主缆自重的等效节点荷载之和, 可根据图纸和现场观察综合确定;  $T_i$  为第  $i$  根吊杆的轴力, 吊杆为长吊杆时可用测频法测出轴力;  $L_i$  为第  $i$  段主缆的长度。

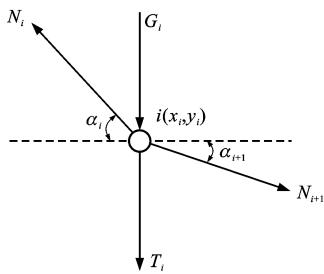


图 2 节点的受力分析

Fig. 2 Force analysis of node

以主缆轴力为未知量, 所有平衡方程涉及的未知量共有  $n+1$  个, 式(1)涉及的平衡方程有  $n$  个, 式(2)涉及的平衡方程有  $n-m$  个, 两式涉及的平衡方程共有  $2n-m$  个。将这些方程整合在一个方程组内为

$$\mathbf{H}\mathbf{N}=\mathbf{B} \quad (5)$$

$$\mathbf{H}=(H_{ij})_{(2n-m)\times(n+1)} \quad (6)$$

$$H_{ij} = \begin{cases} c_i & 1 \leq i \leq n, j = i \\ -c_{i+1} & 1 \leq i \leq n, j = i+1 \\ s_i & n < i \leq 2n-m, j = i \\ -s_{i+1} & n < i \leq 2n-m, j = i+1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

$$\mathbf{N}=[N_1 \ N_2 \ \cdots \ N_{n+1}]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{B}=(B_i)_{(2n-m)\times 1} \quad (9)$$

$$B_i = \begin{cases} 0 & 1 \leq i \leq n \\ G_i + T_i & n < i \leq 2n-m \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $H_{ij}$  为矩阵  $\mathbf{H}$  的第  $i$  行第  $j$  列元素;  $\mathbf{N}$  为主缆轴力矩阵;  $B_i$  为矩阵  $\mathbf{B}$  的第  $i$  个元素。

根据未知量个数  $n+1$  和平衡方程个数  $2n-m$  之间的关系可分为 3 种情况。

(1) 当  $n+1 > 2n-m$  时, 主缆的轴力不能唯一确定, 这意味着所有吊杆的轴力都无法测出, 这在实践中极少见。

(2) 当  $n+1 = 2n-m$  时, 主缆的轴力可以唯一确定, 此时有  $n-m=1$ , 说明只要有一根吊杆的轴力被测得, 主缆的轴力就可以唯一确定, 这也是少见的情况。

(3) 当  $n+1 < 2n-m$  时, 若吊杆轴力的测量是无误差的, 主缆线形测量也是精准的, 那么平衡方程组式(5)是相容的。但由于测量总有误差, 因而平衡方程组并不相容, 只能获得主缆轴力最小二乘解, 实践中这种情况较普遍。

对于第 3 种情况, 主缆的轴力是式(5)的最小二乘解

$$\mathbf{N} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{B} \quad (11)$$

求得主缆轴力后, 即可通过式(2)求得所有吊杆的轴力。

需要注意的是, 由于式(11)是最小二乘解, 则单段主缆轴力测量误差将会被其余段主缆轴力测量误差拉平, 这样有利于控制主缆轴力的估计误差。单根吊杆的轴力通过式(2)修正后, 误差也趋于均匀。

## 2 比拟法

与节点平衡法一样, 比拟法也适用于已知主缆线形但只知道部分吊杆轴力的问题。通过简单推导, 可知受任意铅直荷载  $q(x)$  悬索(图 3)的线形控制微分方程及其边界条件分别为

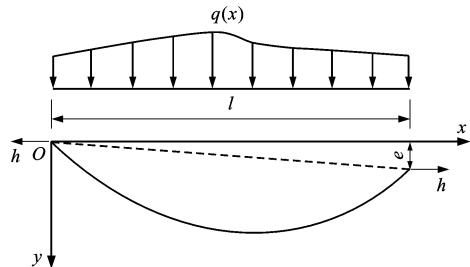


图 3 悬索线形与受力

Fig. 3 Linetype and forces of suspension cable

$$h \frac{d^2 y(x)}{dx^2} + q(x) = 0 \quad (12)$$

$$y(0) = 0 \quad (13)$$

$$y(l) = e \quad (14)$$

式中:  $y(x)$  为悬索的线形;  $x$  为水平位置;  $h$  为主缆的水平张力;  $l$  为主缆跨度;  $e$  为悬索两端悬挂点的高差。

与上述悬索等跨度并承受同样铅直荷载  $q(x)$  的简支梁见图 4, 其内力微分方程及其边界条件分别为

$$\frac{d^2 M(x)}{dx^2} + q(x) = 0 \quad (15)$$

$$M(0) = 0 \quad (16)$$

$$M(l) = E \quad (17)$$

式中:  $M(x)$  为简支梁的弯矩;  $E$  为水平位置  $l$  处的弯矩。

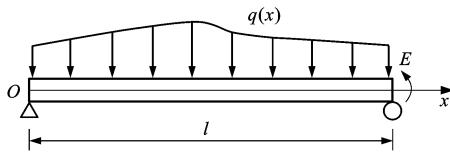


图 4 简支梁的受力

Fig. 4 Forces of simple supported beam

式(12)、(15)的形式是一样的, 边界条件也是类似的。作变量代换

$$M(x) = hy(x) \quad (18)$$

$$E = he \quad (19)$$

式(12)、(15)的解仅差一个比例常数  $h$ 。由此可知, 对于承受沿跨度分布铅直荷载的悬索, 其线形和等跨同荷简支梁的弯矩图是相似的, 两者仅差一个比例常数, 该比例常数为主缆的水平张力。

在简支梁上加载吊杆力(图 5), 易得吊杆力和简支梁弯矩之间的关系为

$$\begin{aligned} & \frac{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_i)}{x_{i+1} - x_{i-1}} T_i = M_i - \\ & \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1} - x_{i-1}} M_{i-1} - \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} M_{i+1} \end{aligned} \quad (20)$$

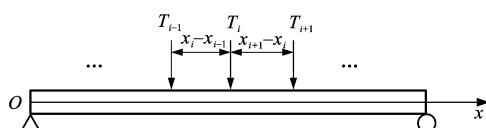


图 5 简支梁吊杆力

Fig. 5 Forces of hangers for simple supported beam

整理得

$$\begin{aligned} T_i = & \left( \frac{1}{x_i - x_{i-1}} + \frac{1}{x_{i+1} - x_i} \right) M_i - \\ & \frac{M_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} - \frac{M_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} \end{aligned} \quad (21)$$

再考虑主缆线形和简支梁弯矩间的关系可得

$$T_i = h \left[ \left( \frac{1}{x_i - x_{i-1}} + \frac{1}{x_{i+1} - x_i} \right) y_i - \frac{y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} - \frac{y_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} \right] \quad (22)$$

式中:  $M_i$  为第  $i$  个简支梁的弯矩。

假定主缆共有  $n$  根吊杆, 其中  $m$  根吊杆的轴力无法测定, 主缆的节点坐标通过全站仪或经纬仪等仪器测定, 确定主缆轴力和吊杆轴力的步骤如下。

(1) 对于  $n-m$  根可测得轴力的吊杆, 均按式(22)确定主缆水平张力  $h$ 。由于测量误差的存在, 这  $n-m$  个  $h$  值一般不相等, 取它们的平均值  $\bar{h}$  后可根据主缆轴力和水平张力间的关系计算各段主缆的轴力

$$N_i = \frac{\bar{h} L_i}{x_i - x_{i-1}} \quad (23)$$

(2) 对于  $m$  根不可测得轴力的吊杆, 可将上一步得到的  $\bar{h}$  代入式(22)中计算吊杆轴力。

由于对主缆水平张力  $h$  取了平均值, 单段主缆轴力的测量误差被其余段主缆轴力的测量误差拉平, 这有利于主缆轴力估计误差的控制。而单根吊杆的轴力通过式(22)修正后, 误差也趋于均匀。

### 3 计算结果分析

#### 3.1 桥梁简介与现场测量

贵州省南盘江大桥位于盘百公路安龙至洪江段的南盘江上, 大桥跨越南盘江后进入广西。大桥主跨为加劲钢桁架地锚单跨悬索桥, 贵州岸为重力锚, 广西岸为岩石锚, 纵桥向跨径组成见图 6。该桥 1998 年建成, 2003 年被判为危桥, 经过加固加劲梁节点、去除人行道盖板和维修桥面板等大修后, 按单向通行开放交通进行管理。

2008 年对大桥进行了结构外观、主缆线形、主缆轴力、吊杆轴力检测与静动载试验, 对大桥结构技术整体状态和承载能力进行评估, 其结构技术状态综合评定为差, 即 4 级。检测报告指出加劲梁位置已发生变化, 主桁架高程纵桥向呈 S 形, 高差较大, 桥面横向也存在高差。

2012 年再次对大桥进行了主缆线形、主缆轴力和吊杆轴力检测。中跨主缆各吊点坐标由全站仪测得, 整理后坐标见表 1。单侧主缆共有 39 根吊杆, 自贵州岸开始编号, 1~13、27~39 号吊杆的轴力可由相关理论和计算公式<sup>[21]</sup>测得(表 2), 14~26 号短吊杆的轴力无法测得, 两个端点编号为 0、40。采用

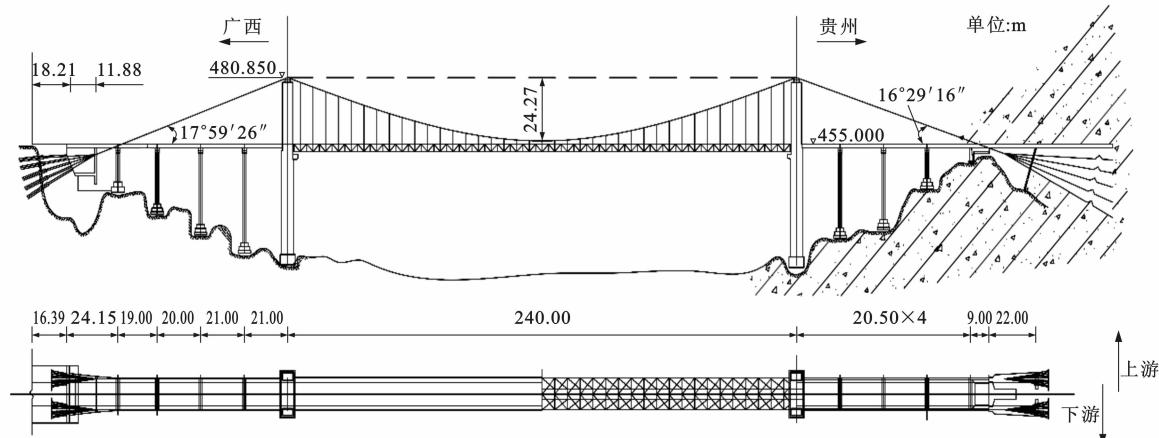


图 6 南盘江悬索桥

Fig. 6 Nanpan River Suspension Bridge

表 1 中跨主缆吊点坐标

Tab. 1 Hanging point coordinates of main cable midspan

编号	上游		下游		编号	上游		下游	
	x/m	y/m	x/m	y/m		x/m	y/m	x/m	y/m
1	6.858	-2.635	6.773	-2.638	21	126.234	-24.905	126.034	-24.791
2	12.678	-4.878	12.581	-4.858	22	132.258	-24.777	132.058	-24.590
3	18.587	-6.988	18.485	-7.001	23	138.278	-24.474	138.066	-24.251
4	24.449	-9.006	24.368	-8.994	24	144.292	-24.063	144.084	-23.826
5	30.358	-10.947	30.257	-10.906	25	150.308	-23.521	150.094	-23.291
6	36.178	-12.718	36.095	-12.674	26	156.315	-22.849	156.100	-22.617
7	42.121	-14.420	42.033	-14.392	27	162.324	-22.049	162.106	-21.823
8	48.093	-15.937	48.004	-15.919	28	168.318	-21.124	168.113	-20.968
9	54.067	-17.342	53.976	-17.332	29	174.316	-20.079	174.118	-19.974
10	60.053	-18.632	59.952	-18.612	30	180.300	-18.909	180.110	-18.807
11	66.070	-19.812	65.941	-19.785	31	186.272	-17.593	186.087	-17.518
12	72.146	-20.875	71.938	-20.836	32	192.238	-16.179	192.060	-16.082
13	78.147	-21.808	77.935	-21.752	33	198.211	-14.628	198.031	-14.542
14	84.148	-22.627	83.939	-22.574	34	204.151	-12.931	203.964	-12.819
15	90.154	-23.328	89.945	-23.270	35	210.080	-11.091	209.803	-11.032
16	96.163	-23.899	95.968	-23.811	36	215.911	-9.148	215.753	-9.102
17	102.180	-24.340	101.976	-24.252	37	221.790	-7.087	221.594	-7.051
18	108.192	-24.665	107.986	-24.578	38	227.571	-4.961	227.380	-4.926
19	114.209	-24.873	113.993	-24.793	39	233.335	-2.678	233.254	-2.650
20	120.227	-24.946	120.015	-24.843	40	240.000	0.000	240.000	0.000

测频法测量了边跨主缆的轴力, 实测法 1 为直接测量整根边缆的频率推算轴力, 实测法 2 为抽样测量锚室内边缆若干散索(图 7)的频率进而推算相应索力, 并求出边缆轴力, 实测结果见表 3。

### 3.2 计算结果分析

按节点平衡法和比拟法确定的主缆轴力结果见

表 4。表中, 误差 1 为计算结果与实测法 1 所得结果之间的误差, 误差 2 为计算结果与实测法 2 所得结果之间的误差。

实测法 1 的误差为 2.5% (上游) 和 3.2% (下游), 实测法 2 的误差为 4.0% (上游) 和 1.0% (下游)。以误差较小为原则, 上游主缆张力选取实测法 1 的

表2 吊杆轴力测量结果

Tab. 2 Measurement results of hanger axial forces

编号	上游		下游	
	基频/Hz	轴力/kN	基频/Hz	轴力/kN
1	3.7	475.9	3.9	534.0
2	5.0	697.6	4.2	501.9
3	3.6	279.5	4.7	464.0
4	4.6	354.7	4.7	380.8
5	6.7	614.4	6.4	545.6
6	6.5	420.8	5.4	279.4
7	10.1	788.6	10.3	764.8
8	9.5	498.0	9.7	470.1
9	11.8	495.2	12.3	488.1
10	14.7	434.4	14.7	451.6
11	18.5	409.1	19.1	465.6
12	26.9	540.2	25.7	491.2
13	34.9	411.9	32.3	329.6
27	36.3	530.5	32.3	340.3
28	23.7	372.9	20.3	208.2
29	19.5	504.3	21.4	645.2
30	16.4	605.4	15.7	539.7
31	11.1	476.4	12.5	517.7
32	10.8	618.4	9.4	475.6
33	9.1	643.2	10.6	801.4
34	7.7	631.8	5.4	291.0
35	6.5	587.4	6.0	474.8
36	4.6	355.9	6.0	642.4
37	4.3	409.8	4.1	359.0
38	4.6	588.8	4.2	483.2
39	3.3	382.4	3.4	385.4

表4 主缆轴力对比

Tab. 4 Comparison of axial forces of main cables

编号	上游			下游		
	1	40	均值	1	40	均值
实测法1 张力/kN	26 795	25 509	26 152	24 421	22 903	23 662
实测法2 张力/kN	27 830	25 676	26 753	23 380	22 913	23 147
节点平衡法	轴力/kN	26 939	26 872	25 729	25 537	
	张力/kN	25 147	24 935	23 975	23 769	23 872
	误差1/%	-6.2	-2.3	-4.3	3.8	0.9
	误差2/%	-9.6	-2.9	-6.4	3.7	3.1
比拟法	轴力/kN	25 614	25 768	24 807	24 836	
	张力/kN	23 910	23 910	23 116	23 116	23 116
	误差1/%	-10.8	-6.3	-5.3	0.9	-2.2
	误差2/%	-14.1	-6.9	-10.5	0.9	-0.1

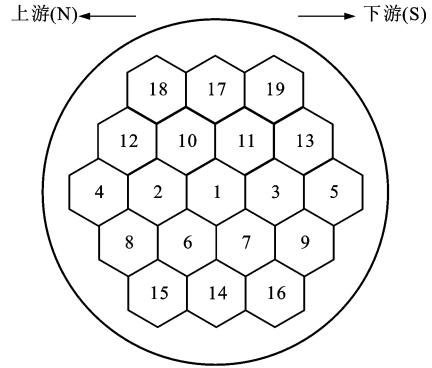


图7 散索编号

Fig. 7 Cable strand numbers

表3 边跨主缆轴力测量结果

Tab. 3 Measurement results of main cable axial forces in sidespans

边跨 主缆	实测法1			实测法2			
	基频/ Hz	轴力/ kN	张力/ kN	散索 编号	基频/ Hz	轴力/ kN	张力/ kN
下游 贵州岸	1.58	25 468	24 421	1	10.73	24 383	23 380
				2	10.73		
				3	10.56		
				4	10.39		
下游 广西岸	1.51	24 080	22 903	16	10.14	24 091	22 913
				17	10.14		
				18	9.74		
				19	10.18		
上游 贵州岸	1.58	27 944	26 795	11	10.23	29 023	27 830
				12	10.23		
				13	11.09		
				14	11.54		
上游 广西岸	1.56	26 820	25 509	15	11.32	26 996	25 676
				16	9.84		
				18	9.88		
				19	9.81		

结果 26 152 kN 作为衡量基准, 下游主缆张力选取实测法 2 的结果 23 147 kN 作为基准。

与实测法基准值相比, 节点平衡法所得结果的误差为-4.3% (上游) 和 3.1% (下游), 表明计算结果和实测结果相近。比拟法所得结果的误差为-8.6% (上游) 和 -0.1% (下游), 与实测结果也比较相近。

部分吊杆轴力的计算结果见表 5。轴力不可测得的短吊杆的轴力能用节点平衡法和比拟法确定, 且 2 种方法的结果很相近。长吊杆轴力的计算结果与实测结果差别不大, 最大差别为 10% 左右。上游吊杆轴力平均误差不到 2%, 下游吊杆轴力平均误差为 9% 左右。

表 5 部分吊杆轴力对比

Tab. 5 Comparison of axial forces of some hangers

编号	实测轴力/kN	节点平衡法		比拟法	
		轴力/kN	误差/%	轴力/kN	误差/%
上游	5	614.4	587.2	-4.43	578.3
	10	434.4	463.4	6.68	463.7
	15		522.8		518.7
	20		454.7		453.2
	25		525.1		520.7
	30	605.4	601.0	-0.73	593.9
	35	587.4	555.7	-5.40	547.1
下游	5	545.6	505.5	-7.35	504.6
	10	451.6	418.3	-7.37	423.7
	15		601.3		602.4
	20		383.4		391.6
	25		532.8		536.4
	30	539.7	480.7	-10.93	483.1
	35	474.8	422.1	-11.10	423.6

## 4 结语

本文提出了确定短吊杆轴力和主缆轴力的节点平衡法和比拟法, 可以利用可测数据综合确定轴力不可测得的短吊杆轴力和主缆轴力。节点平衡法所得主缆张力与实测的边缆张力相比, 误差约为 4%, 比拟法所得结果误差最大为-8.6%, 这说明两种计算方法的结果和实测结果比较相近。2 种方法可确定不可测得的短吊杆轴力, 且结果很相近, 所得长吊杆轴力与实测结果差别不大, 最大差别约为 10%。

## 参考文献:

### References :

- [1] 张文明, 葛耀君. 三塔双主跨悬索桥动力特性精细化分析[J]. 中国公路学报, 2014, 27(2): 70-76.  
ZHANG Wen-ming, GE Yao-jun. Refinement analysis of dynamic characteristics of suspension bridge with triple towers and double main spans[J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(2): 70-76. (in Chinese)
- [2] 韩万水, 王涛, 李永庆, 等. 大跨钢桁架悬索桥有限元模型实用修正方法[J]. 交通运输工程学报, 2011, 11(5): 18-27.  
HAN Wan-shui, WANG Tao, LI Yong-qing, et al. Practical updating method of finite element model for long-span steel truss suspension bridge[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2011, 11(5): 18-27. (in Chinese)
- [3] 唐茂林, 强士中, 沈锐利. 悬索桥成桥主缆线形计算的分段悬链线法[J]. 铁道学报, 2003, 25(1): 87-91.  
TANG Mao-lin, QIANG Shi-zhong, SHEN Rui-li. Segmental catenary method of calculating the cable curve of suspension bridge[J]. Journal of the China Railway Society, 2003, 25(1): 87-91. (in Chinese)
- [4] 齐东春, 沈锐利, 郭永成. 悬索桥空间缆索线形的解析计算方法[J]. 武汉理工大学学报, 2013, 35(12): 109-113, 124.  
QI Dong-chun, SHEN Rui-li, GUO Yong-cheng. Analytical calculation method of main cable shape-finding of suspension bridge with spatial cables[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2013, 35(12): 109-113, 124. (in Chinese)
- [5] 陈常松, 陈政清, 颜东煌. 悬索桥主缆初始位形的悬链线方程精细迭代分析法[J]. 工程力学, 2006, 23(8): 62-68.  
CHEN Chang-song, CHEN Zheng-qing, YAN Dong-huang. Accurate iteration method to calculate the initial states of main cables of suspension bridges[J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(8): 62-68. (in Chinese)
- [6] 王达, 李宇鹏, 刘扬. 大跨度悬索桥锚跨索股张力精细化

- 控制分析[J].中国公路学报,2014,27(1):51-56.
- WANG Da, LI Yu-peng, LIU Yang. Analysis of refinement control of anchor cable tension for long-span suspension bridge[J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(1): 51-56. (in Chinese)
- [7] 陈常松,陈政清,颜东煌.柔索索力主频阶次误差及支承条件误差[J].交通运输工程学报,2004,4(4):17-20.  
CHEN Chang-song, CHEN Zheng-qing, YAN Dong-huang. Frequency number error and support condition of flexible cable tension [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2004, 4(4): 17-20. (in Chinese)
- [8] 唐盛华,方志,杨索.考虑边界条件的频率法测索力实用公式[J].湖南大学学报:自然科学版,2012,39(8):7-13.  
TANG Sheng-hua, FANG Zhi, YANG Suo. Practical formula for the estimation of cable tension in frequency method considering the effects of boundary conditions[J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2012, 39(8): 7-13. (in Chinese)
- [9] KIM B H, PARK T. Estimation of cable tension force using the frequency-based system identification method[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 304(3-5): 660-676.
- [10] ZUI H, SHINKE T, NAMITA Y. Practical formulas for estimation of cable tension by vibration method[J]. Journal of Structural Engineering, 1996, 122(6): 651-656.
- [11] FANG Zhi, WANG Jian-qun. Practical formula for cable tension estimation by vibration method[J]. Journal of Bridge Engineering, 2012, 17(1): 161-164.
- [12] NAM H, NGHIA N T. Estimation of cable tension using measured natural frequencies [J]. Procedia Engineering, 2011, 14(11): 1510-1517.
- [13] PELGRIMS P, DE COOMAN M, PUERS R. Sensor and instrumentation for cable tension quantification[J]. Procedia Engineering, 2014, 87: 1473-1476.
- [14] GAO Jun-qi, SHI Bin, ZHANG Wei, et al. Monitoring the stress of the post-tensioning cable using fiber optic distributed strain sensor[J]. Measurement, 2006, 39(5): 420-428.
- [15] CHO S, YIM J, SHIN S W. Comparative field study of cable tension measurement for a cable-stayed bridge[J]. Journal of Bridge Engineering, 2013, 18(8): 748-757.
- [16] 余加勇,邵旭东,孟晓林,等.基于自动型全站仪的桥梁结构动态监测试验[J].中国公路学报,2014,27(10):55-63,92.  
YU Jia-yong, SHAO Xu-dong, MENG Xiao-lin, et al. Experiment of dynamic monitoring of bridge structures using robotic total station [J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(10): 55-63, 92. (in Chinese)
- [17] KIM S W, KIM N S. Dynamic characteristics of suspension bridge hanger cables using digital image processing [J]. NDT&E International, 2013, 59(7): 25-33.
- [18] ZHENG G, KO J M, NI Y Q. Multimode-based evaluation of cable tension force in cable-supported bridges[J]. Proceedings of SPIE, 2001, 4330: 511-522.
- [19] KANGAS S, HELMICKI A, HUNT V, et al. Cable-stayed bridges: case study for ambient vibration-based cable tension estimation[J]. Journal of Bridge Engineering, 2012, 17(6): 839-846.
- [20] 郭福,乔卫华.悬索桥基准索股架设若干影响因素分析与控制[J].筑路机械与施工机械化,2014,31(3):71-73.  
GUO Fu, QIAO Wei-hua. Analysis and control of factors affecting erection of datum strand of suspension bridge[J]. Road Machinery and Construction Mechanization, 2014, 31(3): 71-73. (in Chinese)
- [21] 王建飞.拱桥吊杆索力的振动法测量[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2012.  
WANG Jian-fei. Vibration method measurement for cable tension of arch bridge[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012. (in Chinese)

(上接第14页)

- 用性能试验研究[J].公路,2012(1):34-38.
- WEI Lian-yu, WANG Tao, MA Shi-bin. Test and study on road performance of lime-flyash stabilized aggregates under non-standard curing temperature[J]. Highway, 2012 (1): 34-38. (in Chinese)
- [16] DB 61/T 529—2011,垂直振动法水泥稳定碎石设计施工技术规范[S].  
DB 61/T 529—2011, specifications for design and construction of cement stabilized macadam base VVTM[S]. (in Chinese)
- [17] 李明杰,蒋应军,张俊杰,等.半刚性基层材料振动试验方法[J].交通运输工程学报,2010,10(1):7-12.  
LI Ming-jie, JIANG Ying-jun, ZHANG Jun-jie, et al. Vibration test method of semi-rigid base course material [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2010, 10(1): 7-12. (in Chinese)

- [18] JIANG Y J, FAN L F. An investigation of mechanical behavior of cement-stabilized crushed rock material using different compaction methods[J]. Construction and Building Materials, 2013, 48(11): 508-515.
- [19] JIANG Ying-jun, WONG L N Y, REN Jiao-long. A numerical test method of California bearing ratio on graded crushed rocks using particle flow modeling[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering: English Edition, 2015, 2(2): 107-115.
- [20] 田波,权磊,牛开民.不同基层类型水泥混凝土路面温度翘曲结构试验与理论分析[J].中国公路学报,2014,27(6):17-26.  
TIAN Bo, QUAN Lei, NIU Kai-min. Structural experiment and theoretical analysis of thermal curling in JPCP with different base types [J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(6): 17-26. (in Chinese)