

文章编号:1671-1637(2015)02-0079-11

## 集装箱班轮公司航次运力销售过程优化模型

殷明<sup>1</sup>, 时恒<sup>2</sup>, 金甲焕<sup>3</sup>

(1. 上海海事大学 交通运输学院, 上海 201306; 2. 同济大学 交通运输工程学院, 上海 201804;  
3. 釜山大学 工学院, 釜山 609-735)

**摘要:**基于种群演变和共生理论,采用 Cobb-Douglas 生产函数描述航运市场整体需求,从顾客的购买行为出发,以收益最大作为集装箱班轮公司的经营目标,以基于时间序列的运力与运价作为决策变量,构建了集装箱班轮公司航次运力销售过程优化模型。运用 Taylor 公式与最小二乘法等代数变换手段将非线性规划问题转化为线性规划问题,对关键参数进行了标定与敏感性分析,并利用 MATLAB 软件进行仿真验证。仿真结果表明:当单个集装箱班轮公司的运力为  $10^4$  TEU 时,采用常规的销售策略,集装箱班轮公司可售出的运力为 7 534~9 966 TEU,获得收益为 1 233 158~12 915 936 USD,采用提出的优化模型,可售出的运力为 9 915 TEU,获得收益为 15 111 975 USD,收益至少提高 17%;当 2 个集装箱班轮公司的运力均为  $10^4$  TEU 时,采用提出的优化模型,2 个集装箱班轮公司可售出的运力分别为 9 920、9 947 TEU,获得收益分别为 14 241 771、9 737 528 USD,达到纳什均衡;当 3 个集装箱班轮公司的运力均为  $10^4$  TEU 时,采用提出的优化模型,3 个集装箱班轮公司可售出的运力分别为 8 289、5 526、6 034 TEU,获得收益分别为 6 755 755、6 119 906、4 377 758 USD,达到纳什均衡。可见提出的模型可描述多个集装箱班轮公司运力销售情况,且表现出显著的优化效果。

**关键词:**集装箱运输;收益管理;种群演变;共生理论;舱位存量;定价

**中图分类号:**U695.22

**文献标志码:**A

## Sales process optimization model of voyage capacity for container line

YIN Ming<sup>1</sup>, SHI Heng<sup>2</sup>, KIM K H<sup>3</sup>

(1. School of Transport and Communications, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China;  
2. School of Transportation Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China; 3. School of Engineering, Pusan National University, Busan 609-735, Korea)

**Abstract:** On the basis of species evolution and symbiosis theory, the Cobb-Douglas production function was used to describe the whole demand of shipping market, the purchasing behavior of customer was taken as starting point, the maximum revenue was taken as the operation target of container line, the carrying capacity and freight rate based on time series were taken as decision variables, and the sales process optimization model of voyage capacity for container line was set up. The algebraic transformation means such as Taylor formula and least square method were employed to transform nonlinear programming problem to linear programming problem. The calibration and sensitivity analysis of key parameters were carried out, and MATLAB software was used to perform the simulation verification. Simulation result indicates that when the

收稿日期:2014-11-22

基金项目:国家自然科学基金项目(71402096);教育部人文社会科学研究项目(14YJC630172);教育部留学回国人员科研启动基金项目(2013693);上海市教育委员会科研创新项目(14YS049);上海海事大学科研基金项目(20120113)

作者简介:殷明(1979-),男,江苏扬州人,上海海事大学副教授,工学博士,从事国际航运管理研究。

carrying capacity of single line is  $10^4$  TEU, the container line can sell 7 534-9 966 TEU and obtain 1 233 158-12 915 936 USD by using the regular sales scheme. By using the proposed model, the container line can sell 9 915 TEU and obtain 15 111 975 USD, and the revenue increases by 17% at least. When the carrying capacities of two lines are both  $10^4$  TEU, the two lines can sell 9 920, 9 947 TEU and obtain 14 241 771, 9 737 528 USD respectively by using the proposed model, and Nash equilibrium is achieved. When the carrying capacities of three lines are all  $10^4$  TEU, the three lines can sell 8 289, 5 526, 6 034 TEU and obtain 6 755 755, 6 119 906, 4 377 758 USD respectively by using the proposed model, and Nash equilibrium also is achieved. Obviously, the proposed model can describe the sale situations of voyage capacities for multi-container lines and exhibit the significant optimization effect. 1 tab, 18 figs, 24 refs.

**Key words:** container transportation; revenue management; species evolution; symbiosis theory; slot inventory; pricing

**Author resume:** YIN Ming(1979-), male, associate professor, PhD, +86-21-38282303, yinm@shmtu.edu.cn.

## 0 引 言

集装箱是人类运输事业的一项伟大创新,其产生与发展给国际货物运输带来了革命性的变化,其标准化、系统化、网络化和信息化的特点无时无刻不在影响着国际货物运输业的发展,使得真正意义上的门到门服务的实现成为可能。集装箱运输在全球经济一体化中扮演了不可或缺的角色,是全球化进程中货运体系重要的组成部分。尤其随着现代海运技术的发展,集装箱运输已经成为国际海运班轮市场中占统治地位的运输方式。

从目前集装箱班轮公司的经营来看,大多数集装箱班轮公司对于航次运力的销售控制相对粗放,作为销售过程控制 2 大核心要素的舱位存量和运价,很多集装箱班轮公司都是依靠销售人员的实际经验与对市场的感性判断来决定的,显然不利于收益优化与可持续发展。

舱位存量控制是集装箱班轮公司为了追求最大收益或者提高运输工具承载率而采用的一种舱位分配技术,现阶段集装箱班轮公司运用较多的方法是基于收益管理的舱位存量控制模型。施欣讨论了考虑了舱位运输情况下的集装箱班轮运输公司集装箱分配策略<sup>[1]</sup>;汪瑜等构建了竞争环境下舱位控制的博弈模型,利用 Lagrange 乘数法求解各个航空公司最优的低价票数量,并以此来确定均衡舱位策略<sup>[2]</sup>;于辉等针对航空公司机票销售淡季收益管理的单航班舱位控制问题,引入了可召回舱位控制机制,构造了单航次航班三阶段(可召回票阶段、低价票阶段和高价票阶段)整数随机优化模型,并利用数值模拟分

析了可召回机制的有效性<sup>[3]</sup>;衡红军等提出了基于椭球体的多航段舱位控制稳健优化模型,并在分析标准粒子群算法的基础上,设计了变异的粒子群算法<sup>[4]</sup>;于辉等针对 Littlewood 法则解决新航线舱位控制问题的局限性,研究了有限需求信息情况下的舱位分配问题,提出基于需求均值和方差的稳健法则,并进行扩展运算,得到多等级的稳健 EMAR 启发式方法<sup>[5]</sup>;Feng 等结合舱位控制和超订策略,以单航次航班为基础提出了一种连续型的时间模型<sup>[6]</sup>;Park 等分析了航班依次出发与旅客消费行为下的舱位控制问题<sup>[7]</sup>;Chen 等研究了 2 个城市之间 2 个航班的舱位控制模型,分析了相关的最佳预定方案<sup>[8]</sup>;Hung 等探讨了动态座位分配决策和预期收入差距决策 2 种启发式方法,以更好地帮助航空公司在顾客预定舱位时做出是接受还是拒绝的策略<sup>[9]</sup>;杨清清等将期权思想引入运输服务业的存量控制策略中,构建了基于期权的存量控制模型,应用买入期权召回已售出的产品,应用卖出期权在最后销售阶段出售低价产品,并且提出了新的解决剩余存量问题的方法<sup>[10]</sup>。

动态定价原则是销售过程优化最为常用的定价技术。近年来,动态价格策略研究作为收益管理的一个重要分支,取得了一定的成果。Gallego 等就产品定价问题提出了产品定价综合模型,在假定产品需求过程连续的基础上,并在需求函数为指数函数的条件下得出了动态价格的最优解<sup>[11]</sup>;Weatherford 等提出了价格与舱位控制决策的综合计算方法<sup>[12]</sup>,但由于收入函数的表达式较复杂,未能得出计算结果;Feng 等基于一般需求函数的情形提出了两级价格

结构的收入管理模型,并得出了最优定价策略<sup>[13]</sup>;Zhao等在单个产品的价格模型中假定需求平均密度随时间而变化,并证明了收入函数是剩余时间和库存量的凹函数<sup>[14]</sup>;Feng等在考虑风险因素与多种票价的基础上提出了更为一般的两级票价结构的收入管理模型,并在文献[13]的基础上进行拓展<sup>[15-16]</sup>;Elmaghraby等分别在产品生命周期较长和较短的情况下,从定价策略、考虑库存和定价决策等多个角度进行了相关分析<sup>[17]</sup>;Bitran等从收益管理角度对动态定价问题进行了相关分析<sup>[18]</sup>;殷明等运用期权理论对班轮运输业集装箱动态定价等问题进行了研究<sup>[19]</sup>。

不难发现,上述研究主要都是基于传统的优化方法,辅以当前交通规划研究中较为成熟的理论,运用相关模型得出基于最优收益情况下的舱位存量或定价策略方案,并且提出了一些解决办法。但相比较集装箱舱位销售过程中的存量控制与价格制定因素,传统优化方法的时间敏感性较低。现阶段关于集装箱舱位销售价格制定与存量控制的研究也鲜见考虑基于时间序列的差别价格体系,这就使得随着时间的推移,在市场需求波动较大的情况下,班轮公司的存量控制与定价决策难免出现偏差,从而无法实现收益最优。

本文以货主的订舱行为为基础,基于时间序列,先利用种群演变的思想构建单个班轮公司的销售过程优化的基础模型,然后再基于共生理论的密度依赖模型考虑在同一经济腹地2个甚至多个班轮公司的相互影响下,各个班轮公司的销售策略,可为班轮公司航次运力销售过程的优化提供科学参考。

## 1 理论基础

就特定地区的货主而言,最能影响其承运人选择决策的因素往往就是提供往来该地区运输服务的相关轮班公司公布的运价。而对于轮班公司而言,需求和供给关系的变化是影响其定价决策的核心要素。不同的供需环境对于船货双方的买卖策略有着很大的影响:供过于求时,买方占据主动,为买方市场;供不应求时,卖方占据主动,为卖方市场。同时,班轮公司自身在特定航线上的舱位存量与市场需求强度的变化对其制定销售策略,尤其是价格制定也有着重大影响。随着舱位量的持续减少,班轮公司销售策略对于销售价格的敏感性往往会随之提高。可见,抛开存量研究价格,抑或是抛开价格研究存量都是片面的。

本文的价量研究主要基于种群演变理论与共生理论。生物种群是生活在一定的自然区域内,相互之间具有直接或间接关系的各种生物的总和。在生物种群演变理论中,当同一营养环境中的2种生物相互地竞争繁衍时,会受到3个影响因素的制约,分别为种群本身的繁衍作用、种群密度的增加对本身繁衍能力的抑制作用、来自竞争对手的阻碍作用。这和班轮公司在同一经济腹地的竞争有着相似的演进顺序:开始时,班轮公司本身对于其辐射地区的市场会不断扩大,随着市场的饱和又会对班轮公司的后续发展产生一定的抑制作用,第3个影响因素就是同一地区不同班轮公司间的相互竞争,这正好符合种群演变的思想。共生也是生物学中的一个重要概念,通常是指2种不同生物之间所形成的紧密互利关系。在共生关系下,一方为另一方提供有利于生存的帮助,同时也获得对方的帮助。从存在表象上看,寄生与共生是很相似的一组概念,但寄生是指一种生物(寄生物)寄生于另一种生物(宿主)的体内或体表,并从后者摄取养分以维持生活的现象。在寄生关系下,寄生物受益,宿主受害,宿主给寄生物提供营养物质和居住场所,在极端情况下,宿主甚至会因寄生物的寄生而死亡,而共生则允许所有的寄生物能在宿主提供的条件下共同存在下去。

针对种群演变、共生理论及其应用,Booth探讨了共生微生物与生物实体的共生关系,阐明了自然选择对共生微生物的作用,深层次分析了两者的关系<sup>[20]</sup>;Boons等针对产业共生问题提出了新的研究方法,基于时间序列着眼长期发展,认为基于共生理论的方法有着很好的适用性<sup>[21]</sup>;Alfaro等基于共生理论创立了新的替代途径,探讨了如何提高生产力,从而减少浪费的有效途径<sup>[22]</sup>;Chertow等针对由于内外部不协同而引发的系统整体复杂性问题,提出了不连续的阶段共生模型,使得对利益的追求与制度化和规范化得到了有机统一<sup>[23]</sup>;Paquin等在比较成熟产业生产条件模型的基础上,探讨了为何与如何实现不同进化的发展轨迹<sup>[24]</sup>。

本文基于共生理论,主要是考虑在集装箱运输市场中货主的需求和各个班轮公司能够提供的运力可以很好地匹配共生关系中的不同生物。基于种群演变理论和共生理论,本文在数学描述的基础上对同一经济腹地单个班轮公司与多个班轮公司的竞争行为进行了刻画,得出最优的舱位控制与定价策略,可以为班轮公司优化其运力销售过程提供有益参考,这也是以往研究鲜有涉足的。此外,从宏观层面

来看,区域的运输需求量主要受区域社会经济整体发展水平的影响,航班公司很难左右,正是基于此原因,本文选择采用经济学领域经典的 Cobb-Douglas 生产函数描述特定区域的市场总需求量。

## 2 模型的建立与求解

### 2.1 相关假设与参数设置

为便于模型构建,本文做以下假设:考虑到货主履行贸易合同的需要,假设货主的需求在一定时间内必须得到满足,并且货主间的购买习惯相互独立,即货主的购买行为在时间序列上无后效性,购买行为符合 Markov 链;在特定航次的销售周期内,市场对运力的总需求量变化波动较小,因而市场对运力的总需求量在同一销售周期内不变;货主在选择承运人时会考虑包括运价、服务水平、安全保障等多重因素,这些因素综合构成了班轮公司在特定地区的影响因子,不同班轮公司的定价水平与其在该经济腹地的影响因子成正比。

令  $n$  为自舱位开始销售至销售结束的阶段数量; $M$  为同一经济腹地同一航线上班轮公司的总数量,且用  $m$  作为单个具体公司的编号; $\lambda$  为班轮公司各个销售阶段的平均销售数量; $C$  为单个公司总的集装箱舱位数量; $C_i$  为单个公司在第  $i$  阶段可供应的集装箱舱位数量; $D$  为货主对于集装箱舱位的总需求量; $D_i$  为货主在第  $i$  阶段对于集装箱舱位的需求量; $\delta$  为与经济状况等多种因素相关的影响因子; $x_i$  为第  $i$  阶段货主的运力购买数量, $x_i \in [0, C]$ ,且为整数; $S$  为销售开始前班轮公司的舱位总量; $S_i$  为货主在第  $i$  阶段购买舱位时班轮公司的舱位存量; $r_i$  为第  $i$  阶段的成长因子,本文中为货主在第  $i$  阶段购买运力的趋势; $U_i$  为第  $i$  阶段班轮公司待售舱位与其当时剩余舱位总量的比值; $\alpha$  为综合技术水平; $\beta$  为劳动力产出的弹性系数; $\gamma$  为资本产出的弹性系数; $p_i$  为第  $i$  阶段班轮公司公布的运价; $s$  为舱位存量函数的滞销因子,取值为负表示供不应求,取值为 0 表示供求平衡,取值为正表示供过于求,其值越大,市场供过于求程度越严重,反之亦然; $\sigma_m$  为同一航线上,除班轮公司  $m$  自身外,其他所有班轮公司对班轮公司  $m$  的影响因子; $\xi$  为积分常数项; $R_i$  为第  $i$  阶段的舱位存量,为  $p_i$  的函数; $I$  为班轮公司的收益; $Z_i$  为第  $i$  阶段市场对班轮公司运力的需求强度。

### 2.2 基于种群演变的单个集装箱班轮公司销售过程模型

基于以上参数假设,可对与班轮公司的销售策

略相关的各个影响因素进行分析,以得出各个影响因素间的相互关系。

#### 2.2.1 货主的运力需求等于班轮公司的总舱位数量

首先假设货主对运力的需求和班轮公司总的舱位数量相等,即  $C=D$ 。由  $U_i$  的定义可得

$$U_i = \frac{S_{i-1} - S_i}{S_{i-1}} \quad (1)$$

式(1)表达的是在一条航线上,班轮公司的舱位销售过程受此前已售出舱位量的影响,这在经济学上对应的是市场整体的供需关系。本文利用 Cobb-Douglas 生产函数描述市场整体的需求状况,假设班轮公司面临的市场需求为

$$D = \sum_{i=1}^n D_i = \sum_{i=1}^n \alpha C_i^\beta p_i^\gamma \quad (2)$$

根据种群演变的密度依赖模型可知,种群的增长过程符合倒 U 型分布,这符合订舱数量对市场需求的的影响关系。

为了更为普遍地描述集装箱舱位售出量在时间序列上的变化,本文采用泊松分布来刻画班轮公司第  $i$  阶段售出的舱位数量在时间序列上的概率分布,假设整个销售过程中每阶段舱位的售出量服从

$$f(x_i) = \frac{\lambda^{x_i}}{x_i!} e^{-\lambda} \quad (3)$$

式中: $f(x_i)$  为  $x_i$  的分布函数。

由式(1)、(3)可得

$$\sum_{j=1}^i f(x_j) = \sum_{j=1}^i U_j \quad (4)$$

式(4)表示当一个销售阶段结束时,班轮公司已销售的舱位量和货主购买的舱位量是等值关系,班轮公司的舱位销售率与货主的购买率可相互表示。

将式(4)展开,进一步整理简化可得

$$\frac{S_i}{S_{i-1}} = 1 - \sum_{j=1}^i f(x_j) \quad (5)$$

$$S_i = S_1 \prod_{j=1}^i \left[ 1 - \sum_{k=1}^j f(x_k) \right] \quad (6)$$

#### 2.2.2 货主的运力需求不等于班轮公司的总舱位数量

以上是通过假设班轮公司运力供给与市场需求相同时得出的结论,但在实际中这种情况较为鲜见,接下来讨论更一般的情况,即当  $C \neq D$  时的情形。

设  $\delta = C - D$ ,  $\delta$  是与经济状况等多种因素相关的因子,本文用班轮公司运力供给与市场需求之差表示。用滞销因子  $s$  表示货主需求与班轮公司运力差值平方的关联度,存量函数的滞销项可表示为  $s(C-D)^2$ ,基于以上假设与模型可知,班轮公司销

售存量的控制(即班轮公司销售策略中的销量控制,总供给为定值,存量与销量之和为此定值)与货主的购买行为(即货主的购买量)在时间序列上的分布紧密相关。利用滞销项对式(6)进行修正,并且将市场需求用供应量表述可以得到进行存量控制后的第*i*阶段存量为

$$R_i = S_1 \prod_{j=1}^i \left[ 1 - \sum_{k=1}^j f(x_k) \right] + s(C - \alpha C^\beta p_i^\gamma)^2 \quad (7)$$

由式(7)可知,与班轮公司制定销售策略中的存量控制策略相关的影响因子主要包括货主购买率的分布、市场需求与价格因素,其中货主购买率的分布情况已经做了相关的假设,在实际的操作中可以根据各个班轮公司对于市场的判断自行假定。

在式(7)描述的班轮公司舱位销售存量模型下,相应班轮公司的收益为

$$I = \sum_{i=1}^{n-1} (R_i - R_{i+1}) p_i + R_n p_n \quad (8)$$

式(8)为单公司销售过程优化模型需要求解的目标函数,计算量较小,当给定具体数值后,利用计算机编程可方便地实现求解。

### 2.3 基于共生理论的2个集装箱班轮公司销售过程模型

假设有2个班轮公司1和2在同一航线上开展经营,且在同一个经济腹地有着相同的需求量。起初,班轮公司对于其辐射地区的市场会不断扩大,随着市场的饱和又会对班轮公司的后续发展产生抑制作用。用市场对运力的需求与班轮公司的舱位存量的差值可以表示市场对运力的需求强度。基于种群演变的思想,一个种群的数量增长速度和种群数量的增长系数与环境的影响有着密切的关系,体现为增长速度和增长系数正相关,但增长速度同时也会受到环境的抑制,其抑制程度又和种群的规模正相关。本文将受环境的抑制作用表达为对增长系数的减小幅度,令 $Z_{1i}$ 为第*i*阶段当前经济腹地对班轮公司1的舱位需求强度,令 $D_{1i}$ 为第*i*阶段当前经济腹地对班轮公司1的舱位需求量, $S_{1i}$ 为第*i*阶段班轮公司1剩余的舱位存量,由以上分析可知

$$Z_{1i} = |D_{1i} - S_{1i}| \quad (9)$$

针对班轮公司1,对 $Z_{1i}$ 求一阶导数有

$$Z'_{1i} = r_i Z_{1i} \left( 1 - \frac{Z_{1i}}{D_{1i}} \right) \quad (10)$$

基于种群演变的密度依赖模型在增长系数确定的情况下,种群的增长速度由种群规模与所占生存资源的规模决定,确定的增长系数在班轮公司的销

售策略中是既定参数,种群规模在班轮公司的销售策略中可以认为是剩余舱位总量,所占生存资源的规模对应销售策略中已售舱位量与总需求的比值。将式(10)中的参数 $r_i$ 定义为 $f(x_i)$ 的一阶导数,即

$$r_i = f'(x_i) \quad (11)$$

种群规模的增长系数为种群数量的增长速度,在班轮公司销售过程中具体体现为货主购买量的增长率,也就是货主订舱率的增长率。

由于班轮公司1、2对货源的消耗会相互影响彼此的供需平衡,一方对于货源的消耗会使货主对另一方的需求减少,因此,可加入调整因子 $\frac{x_{mi}\sigma_m}{D_{mi}}$ ,得出轮班公司1第*i*阶段新的生长函数为

$$Z'_{1i} = r_i Z_{1i} \left( 1 - \frac{Z_{1i}}{D_{1i}} - \frac{\sigma_2 Z_{2i}}{D_{2i}} \right) \quad (12)$$

同理,轮班公司2第*i*阶段新的生长函数为

$$Z'_{2i} = r_i Z_{2i} \left( 1 - \frac{Z_{2i}}{D_{2i}} - \frac{\sigma_1 Z_{1i}}{D_{1i}} \right) \quad (13)$$

可将式(12)、(13)中相应的参数替换为实际制定销售策略时的函数表达式。对班轮公司而言,可将式(7)中具体的销售策略内化于共生策略的推导中,并以 $R_i$ 的一阶导数形式来表示,即

$$R'_i = f'(x_i)(D - R_i) \left( 1 - \frac{D_i - R_i}{D_i} \right) \quad (14)$$

在式(14)中,班轮公司销售策略中舱位存量的变化率只与货主购买率的变化率有关,且前文已对货主的购买率服从的分布作了讨论,因此,可求出销售策略中舱位的存量控制函数,对该式进行积分即可得集装箱舱位存量控制函数为

$$R_i = Dx_i + \ln[f(x_i)] + \xi \quad (15)$$

当2个班轮公司在同一航线上达到共生,且在考虑彼此影响的前提下,2个班轮公司都达到了最优收益。此时其相应的舱位存量变化幅度为0,即此时2个班轮公司都不会对自己的销售策略进行改变。令 $R_{1i}$ 、 $R_{2i}$ 分别为第*i*阶段班轮公司1、2的舱位存量,求解式(15)可得

$$R'_{1i} = R'_{2i} = 0 \quad (16)$$

$$f''(x_i)D_1 - R'_{1i} \left( 1 - \frac{D_1 - R'_{1i}}{D_1} \right) =$$

$$f''(x_i)D_2 - R'_{2i} \left( 1 - \frac{D_2 - R'_{2i}}{D_2} \right) = 0 \quad (17)$$

当 $R'_i$ 分别取 $D_1$ 、 $D_2$ 、0时,可知式(16)、(17)分别有4个解: $(D_{1i}, 0)$ 、 $(0, D_{2i})$ 、 $(0, 0)$ 、 $\left( \frac{D_{1i} - \sigma_1 D_{1i}}{1 - \sigma_1 \sigma_2}, \frac{D_{2i} - \sigma_2 D_{2i}}{1 - \sigma_1 \sigma_2} \right)$ ,前2个解分别表示班轮公司1、2独占

整个地区的全部货源,第3个解表示2个班轮公司同时拒绝货主的需求。在现实情况中,2个班轮公司的共生很少有单个班轮公司独占市场或者彼此竞争导致班轮公司空箱舱位都销售不出的情况,因此,这3个解对应的均衡点与现实情况都不符合,本文不考虑。选取第4个解作为2个班轮公司共生时的均衡策略,即 $\left(\frac{D_{1i}-\sigma_1 D_{1i}}{1-\sigma_1 \sigma_2}, \frac{D_{2i}-\sigma_2 D_{2i}}{1-\sigma_1 \sigma_2}\right)$ 。

考虑到货主行为在时间序列上的无后效性,不同的博弈阶段之间互不影响,且集装箱空箱舱位有着易逝品的性质,当1个航次开始后未能售出的集装箱空箱舱位就会失去其市场价值,因此,在1个销售周期内,不同的销售阶段间不存在相互影响,所以当若干阶段博弈结束后,可以得出最终的均衡点坐标为

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \frac{D_{1i}-\sigma_1 D_{1i}}{1-\sigma_1 \sigma_2} = \frac{D_1-\sigma_1 D_1}{1-\sigma_1 \sigma_2} \\ \sum_{i=1}^n \frac{D_{2i}-\sigma_2 D_{2i}}{1-\sigma_1 \sigma_2} = \frac{D_2-\sigma_2 D_2}{1-\sigma_1 \sigma_2} \end{cases} \quad (18)$$

由式(18)可求出2个班轮公司经过一个销售阶段之后最终的销量比例,再结合各个阶段的销售策略,可得出相应阶段的销量。

#### 2.4 基于共生理论的多个集装箱班轮公司销售过程模型

基于式(12)、(13),可以推广得出当有 $M$ 家班轮公司的情况下,班轮公司 $m$ 在第 $i$ 阶段的生长函数 $Z'_{mi}$ 可表示为

$$Z'_{mi} = r_i Z_{1i} \left( 1 - \sigma_1 \frac{Z_{1i}}{D_{1i}} - \dots - \frac{Z_{mi}}{D_{mi}} - \dots - \sigma_M \frac{Z_{Mi}}{D_{Mi}} \right) \quad (19)$$

可见,每个班轮公司的需求强度都会同时受到同一航线上其他班轮公司的影响。基于共生理论,当同一航线上有多个班轮公司的时候,因为班轮公司彼此互相影响,制定策略的时候会考虑到其他班轮公司的销售策略,因此,当某条航线的供求关系趋于稳定时,各个班轮公司的销售策略会达到一个均衡状态,即在现有的各家班轮公司的销售策略条件下,任何1个班轮公司都不会通过改变现有的策略获取更大的收益。在本文构建的模型中,当各个班轮公司获得最大收益时,其生长函数都趋近于0,因而可设定目标函数 $F_1$ 为

$$F_1 = \min \sum_{i=1}^n (Z'_{1i} + Z'_{2i} + \dots + Z'_{Mi}) \quad (20)$$

式(20)以最小化各个班轮公司的增长速度为目

标函数,求解其相应的销售策略。本节模型的约束条件为多元非线性方程组,目标函数为在此约束条件下的最优值。相较前2个模型,求解式(19)有较大难度。考虑到式(19)的复杂性与模型简化的可操作性,本文采用近似规划的求解方法来化简。由于所建数学模型具有清晰的约束边界,并且约束边界条件没有不等式,所以可以反复将非线性问题通过Taylor公式展开进行线性化(线性逼近),用线性规划的方法来求解,从而将非线性规划逐步转化为线性规划问题。

经过多次的Taylor展开与迭代,令 $F_2$ 为目标函数,最终可以得出多个班轮公司在同一航线上的最优共生模型为

$$\begin{aligned} F_2 = \min & \sum_{i=1}^n (Z'_{1i} Z_{1i} + Z'_{2i} Z_{2i} + \dots + Z'_{Mi} Z_{Mi}) \quad (21) \\ \text{s. t. } & r_i \left( 1 - \frac{Z_{1i}}{D_{1i}} - \sigma_2 \frac{Z_{2i}}{D_{2i}} - \sigma_3 \frac{Z_{3i}}{D_{3i}} - \dots - \right. \\ & \left. \sigma_M \frac{Z_{Mi}}{D_{Mi}} \right) \leq 0 \\ & r_i \left( 1 - \sigma_1 \frac{Z_{1i}}{D_{1i}} - \frac{Z_{2i}}{D_{2i}} - \sigma_3 \frac{Z_{3i}}{D_{3i}} - \dots - \right. \\ & \left. \sigma_M \frac{Z_{Mi}}{D_{Mi}} \right) \leq 0 \\ & \vdots \\ & r_i \left( 1 - \sigma_1 \frac{Z_{1i}}{D_{1i}} - \sigma_2 \frac{Z_{2i}}{D_{2i}} - \dots - \right. \\ & \left. \sigma_{M-1} \frac{Z_{M-1i}}{D_{M-1i}} - \frac{Z_{Mi}}{D_{Mi}} \right) \leq 0 \end{aligned}$$

### 3 计算结果分析

#### 3.1 指标选择

集装箱运价受到市场需求与班轮公司运力供给的影响,因此,可利用集装箱运价、运量与运力数据来标定模型参数。为了能较有代表性地反映集装箱班轮市场状况,某条航线11年年终统计所得的运价、运量与运力数据分别见图1~3,TEU为集装箱标准箱,USD为美元。考虑到实际的运价、运量与运力均为时时可能发生变动的数值,本文选取每年年终的同一时点进行近似分析。

#### 3.2 参数的标定

由于在需要拟合的Cobb-Douglas生产函数中解释变量只有3个,可通过最小二乘法实现。

按照式(2)设定拟合的函数形式,利用标定数据与真实值之间的差平方和最小为目标进行逼近,假设 $\epsilon_i$ 为第 $i$ 个阶段标定值与真实值之间的差,即

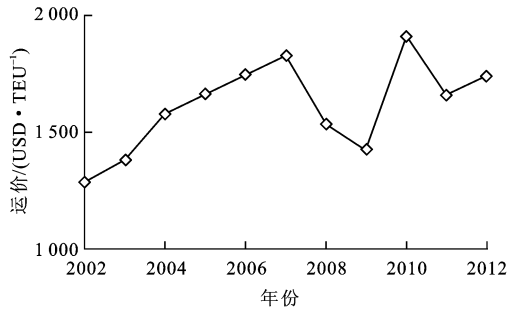


图1 2002~2012年的运价

Fig. 1 Freight rates during 2002-2012

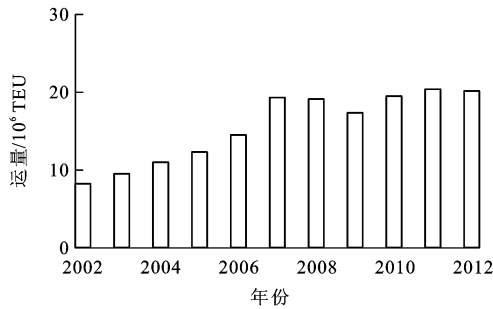


图2 2002~2012年的运量

Fig. 2 Freight volumes during 2002-2012

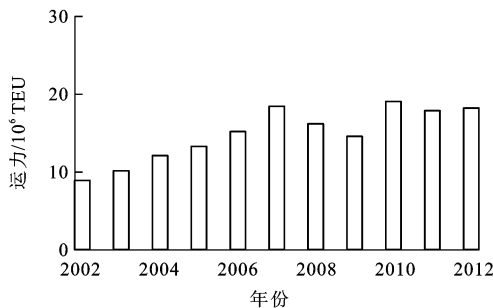


图3 2002~2012年的运力

Fig. 3 Carrying capacities during 2002-2012

$$\epsilon_i = \bar{D}_i - D_i \quad (22)$$

式中:  $\bar{D}_i$  为第  $i$  阶段真实值  $D_i$  的标定值。

令  $F_3$  为所有 11 个阶段(年份)的差值平方和,有

$$F_3 = \min \sum_{i=1}^{11} \epsilon_i^2 \quad (23)$$

通过化简与整理,根据最小二乘法的基本原理,可以联立得到非线性方程组

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{11} 2(\bar{D}_i - D_i) \frac{\partial \bar{D}_i}{\partial \alpha} = 0 \\ \sum_{i=1}^{11} 2(\bar{D}_i - D_i) \frac{\partial \bar{D}_i}{\partial \beta} = 0 \\ \sum_{i=1}^{11} 2(\bar{D}_i - D_i) \frac{\partial \bar{D}_i}{\partial \gamma} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

利用直接迭代的方法求解式(24),在线性化过程中,当自由度大于解释变量个数时,可认为拟合结果具有说服力。在自由度为 8 时,本文所得的拟合结果具有足够的说服力,由此得到的拟合结果  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  分别为 5.29、1.751、-1.198,即 Cobb-Douglas 生产函数为

$$D_i = 5.29 C_i^{1.751} p_i^{-1.198}$$

存量控制函数可更新为

$$R_i = S_1 \prod_{j=1}^i \left( 1 - \sum_{k=1}^j \frac{\lambda^{x_k}}{x_k!} e^{-\lambda} \right) + s(C - 5.29 C_i^{1.751} p_i^{-1.198})^2$$

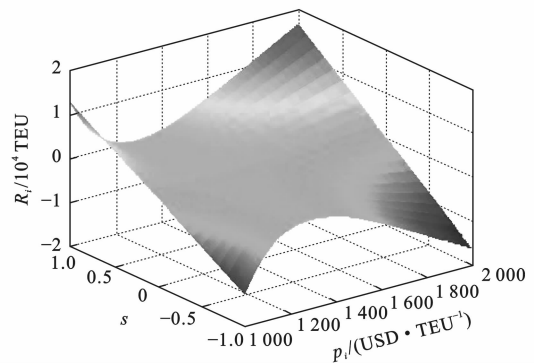
### 3.3 参数的敏感性分析

假定班轮公司的初始运力为  $10^4$  TEU,存量控制函数可更新为

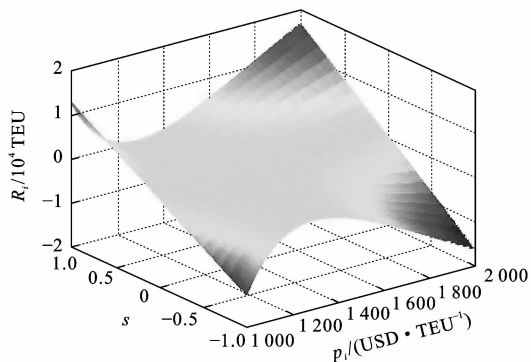
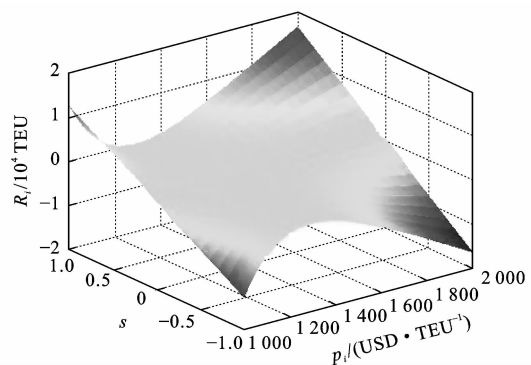
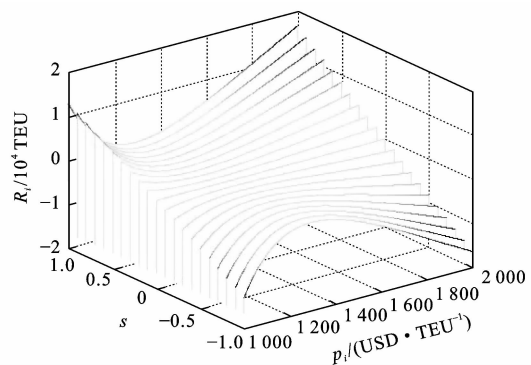
$$R_i = 10^4 \prod_{j=1}^i \left( 1 - \sum_{k=1}^j \frac{\lambda^{x_k}}{x_k!} e^{-\lambda} \right) + s(10^4 - 5.29 \times 10^{4 \times 1.751} p_i^{-1.198})^2 \quad (25)$$

式(25)中包含 2 个影响因子,分别为  $\lambda$  与  $s$ 。因为货主的购买数量与市场的供求情况有很大的关联, $\lambda$  和  $s$  有着紧密的关系,利用多因素敏感性分析方法对  $\lambda$  和  $s$  进行敏感性分析。

首先对  $\lambda$  进行敏感性分析,当  $\lambda$  分别为 3 000、5 000、7 000 TEU 时,  $R_i$ 、 $s$  与  $p_i$  的关系分别见图 4~6,从中可以看出, $\lambda$  取不同值时的存量控制函数总体形态基本一致。当  $s$  取某个定值时,  $R_i$ 、 $s$  与  $p_i$  的关系见图 7。

图4  $\lambda$  为 3 000 TEU 时,  $R_i$ 、 $s$  与  $p_i$  的关系Fig. 4 Relationship among  $R_i$ ,  $s$  and  $p_i$  while  $\lambda$  is 3 000 TEU

从图 4~7 可以看出,当  $\lambda$  变化时,4 个图形变化较小,反映在班轮公司的销售策略中,就是短期销售量的决定策略对于整个销售过程的影响较小,这就验证了本文所构建模型的稳定性,即本文模型对班轮公司的销售策略的制定时着眼于长期的销售策略,短期的销售策略的变更对于班轮公司的收益影

图 5  $\lambda$  为 5 000 TEU 时,  $R_i$ ,  $s$  与  $p_i$  的关系Fig. 5 Relationship among  $R_i$ ,  $s$  and  $p_i$  while  $\lambda$  is 5 000 TEU图 6  $\lambda$  为 7 000 TEU 时,  $R_i$ ,  $s$  与  $p_i$  的关系Fig. 6 Relationship among  $R_i$ ,  $s$  and  $p_i$  while  $\lambda$  is 7 000 TEU图 7 保持  $s$  不变时,  $R_i$ ,  $s$  与  $p_i$  的关系Fig. 7 Relationship among  $R_i$ ,  $s$  and  $p_i$  while  $s$  is fixed

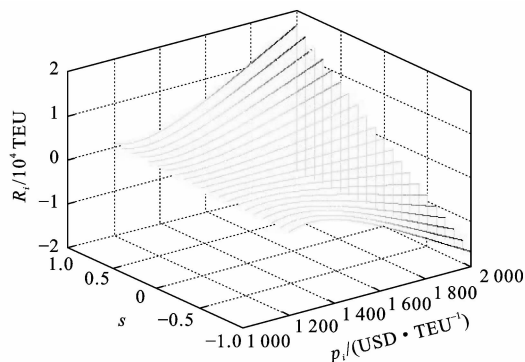
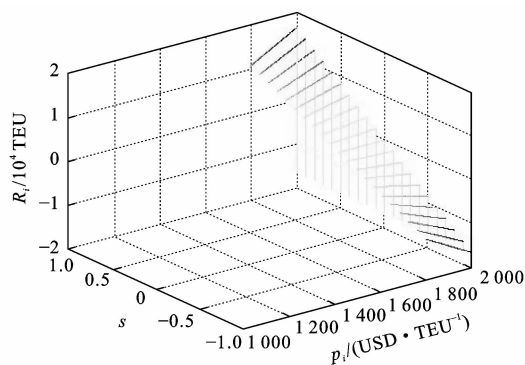
响较小。

然后对  $s$  进行敏感性分析,由图 7 可以看出,当  $|s|$  增大时,运价对存量控制函数的影响。同时,对运价取相应的值切割曲面,分别见图 8、9,从中可以看出,班轮公司舱位存量和滞销因子  $s$  基本呈线性关系。

### 3.4 典型情况分析

#### 3.4.1 单个集装箱班轮公司销售过程优化

假设航班周期为 7 d(即  $n=7$ ),班轮公司的运力为  $10^4$  TEU。滞销因子根本决定因素是运输市场的整体情况,班轮公司需在不同的市场情况下按需

图 8  $p_i$  为 1 200 USD · TEU<sup>-1</sup> 时,  $R_i$ ,  $s$  与  $p_i$  的关系Fig. 8 Relationship among  $R_i$ ,  $s$  and  $p_i$  while  $p_i$  is 1 200 USD · TEU<sup>-1</sup>图 9  $p_i$  为 1 800 USD · TEU<sup>-1</sup> 时,  $R_i$ ,  $s$  与  $p_i$  的关系Fig. 9 Relationship among  $R_i$ ,  $s$  and  $p_i$  while  $p_i$  is 1 800 USD · TEU<sup>-1</sup>

设定不同的滞销因子。在本文中,滞销因子在合理范围内的变化虽会影响销售策略,但并不影响本文模型的定性结果,本文取  $s$  为  $10^{-4}$  对单个班轮公司销售过程优化进行说明。基于货主到达数量符合泊松分布的假设,可利用 MATLAB 软件生成各阶段货主的到达数量。为使结论作为销售策略体现得更加直接,将存量控制过程更为直观地表达为每个阶段的最优销量与定价。取整后的班轮公司各个阶段的销量、运价与收益分别见图 10~12。

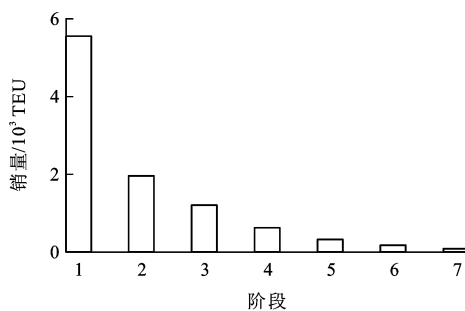


图 10 单个班轮公司 7 个阶段的销量

Fig. 10 Sales volumes of single line at 7 stages

从图 10~12 可以看出,在制定相应的存量控制策略之后,班轮公司总的销量为 9 915 TEU,总的收

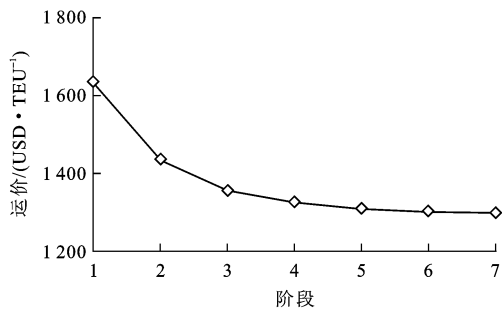


图 11 单个班轮公司 7 个阶段的运价  
Fig. 11 Freight rates of single line at 7 stages

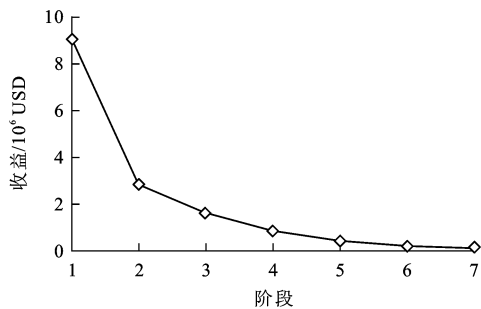


图 12 单个班轮公司 7 个阶段的收益  
Fig. 12 Revenues of single line at 7 stages

益为 15 111 975 USD。如果班轮公司采取单一运价策略,同样基于本文的 Cobb-Douglas 生产函数所描述的市场整体供求关系,通过计算可以得出其不同的总销量和对应的总收益,见表 1。根据蒙特卡罗原理,在 1 296~1 637 USD · TEU<sup>-1</sup> 的价格区间内,认为相应的价格变化情况可以反映出这个区间的收益变化,由图 10~12、表 1 可以看出,进行销售过程优化可以使集装箱班轮公司的总收益至少提升 17%。

表 1 不同定价方案下的收益  
Tab. 1 Revenues under different pricing schemes

单一定价方案	价格/(USD · TEU <sup>-1</sup> )	总销量/TEU	总收益/USD
1	1 637	7 534	12 333 158
2	1 436	8 814	12 656 904
3	1 358	9 424	12 797 792
4	1 324	9 714	12 861 336
5	1 308	9 857	12 892 956
6	1 300	9 930	12 909 000
7	1 296	9 966	12 915 936

3.4.2 两个集装箱班轮公司销售过程优化

假设存在 2 个班轮公司 1、2,运力均为 10<sup>4</sup> TEU。基于前文讨论的均衡点结论,并且考虑价格因素,假设班轮公司 1、2 在同一经济腹地内的相互影响因子  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  分别为 0.4、0.6(2 个班轮公司对同一

经济腹地总的影响程度为 1),班轮公司在不同阶段的销售过程控制具有无后效性,所以其不同阶段均衡点的确定相对于单个班轮公司的销售过程控制而言仅是增加的误差项分别为  $\frac{1-\sigma_1}{1-\sigma_1\sigma_2}$  和  $\frac{1-\sigma_2}{1-\sigma_1\sigma_2}$ ,误差项的取值只与相互影响因子有关。

若班轮公司 1、2 在共同经济腹地的影响因子改变,各个阶段的计算结果会有变化,但其变化趋势在所有阶段上具有一致性,不会影响计算结果,因此,不再赘述其他的  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  组合情况。考虑到本文主要研究班轮公司的定价与存量控制,假设影响因子在班轮公司销售策略环节的具体表现为其公布运价的比值,由前文分析的结果可以得到均衡点为  $(\frac{D_{1i}-D_{1i}\sigma_1}{1-\sigma_1\sigma_2}, \frac{D_{2i}-D_{2i}\sigma_2}{1-\sigma_1\sigma_2})$ 。在均衡点上,  $D_{1i}$  与  $D_{2i}$  的值与单个班轮公司的销售过程控制策略相同。

最终得出在该市场条件下,2 个班轮公司总的运力销量分别为 9 920、9 947 TEU,总收益分别为 14 241 771、9 737 528 USD。2 个公司 7 个阶段的销量、定价与收益分别见图 13~15,航次收益主要来源于销售的起始阶段,随着销售过程的推进,销量与收益的增加逐步减缓。

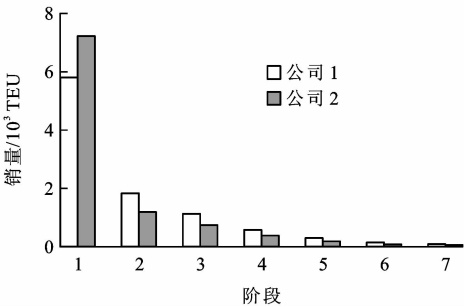


图 13 两个班轮公司 7 个阶段的销量  
Fig. 13 Sales volumes of two lines at 7 stages

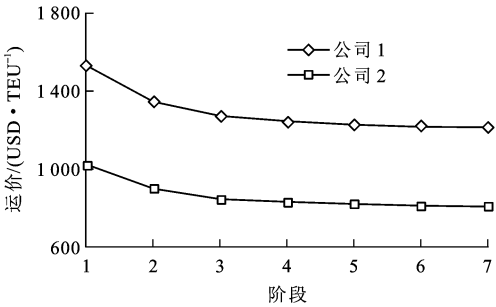


图 14 两个班轮公司 7 个阶段的运价  
Fig. 14 Freight rates of two lines at 7 stages

根据博弈论的基本原理,2 个班轮公司的运力

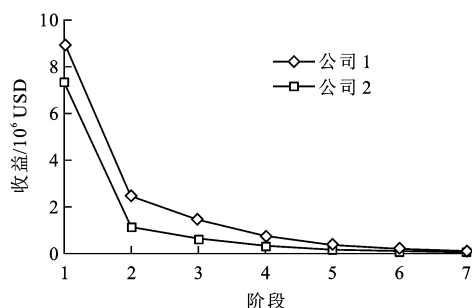


图 15 两个班轮公司 7 个阶段的收益

Fig. 15 Revenues of two lines at 7 stages

销售达到纳什均衡。借助基于共生理论的模型优化,2 个班轮公司的运力销售过程均能取得较大提升从而实现收益的最优化。

### 3.4.3 多个班轮公司销售过程优化

针对多个班轮公司共生的销售过程设计优化模型进行算例验证,假设存在 3 个班轮公司 3、4、5,运力均为  $10^4$  TEU。基于前文分析的均衡点结论,并且考虑价格因素,假设班轮公司 3、4、5 在同一经济腹地内的相互影响因子分别为  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$  (3 个班轮公司对同一经济腹地总的影响程度为 1),并且由前文讨论的结果可知,班轮公司在不同阶段的销售过程控制具有无后效性,因此,不再赘述其他的调整因子组合情况。根据多个班轮公司的优化模型,可以得出 3 个班轮公司在第  $i$  阶段的销售量比值,其近似关系为

$$Z_{3i} : Z_{4i} : Z_{5i} = 12 : 4 : 3$$

根据本文的分析结论,可以解出最终优化后的销售策略,在该市场条件下,3 个班轮公司总的出售运力分别为 8 289、5 526、6 034 TEU,总收益分别为 6 755 755、6 119 906、4 377 758 USD。3 个班轮公司各阶段的销量、定价与收益分别见图 16~18,航次收益主要来源于销售的起始阶段,随着销售过程的推进,销量与收益的增加逐步减缓,这与 2 个公司条件下的规律完全吻合。

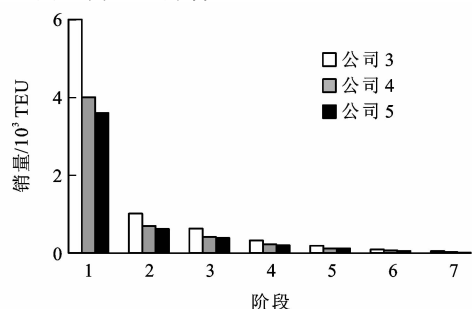


图 16 三个班轮公司 7 个阶段的销量

Fig. 16 Sales volumes of three lines at 7 stages

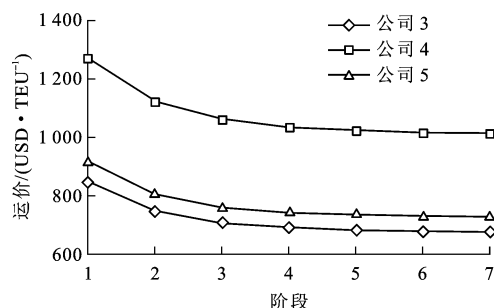


图 17 三个班轮公司 7 个阶段的运价

Fig. 17 Freight rates of three lines at 7 stages

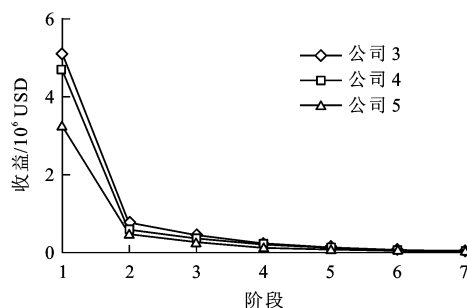


图 18 三个班轮公司 7 个阶段的收益

Fig. 18 Revenues of three lines at 7 stages

根据博弈论的基本原理,此时 3 个班轮公司的运力销售达到纳什均衡。借助基于共生理论的模型优化,3 个班轮公司的运力销售过程均能取得较大提升从而实现收益的最优化。另外,对于班轮公司 3、4 来说,7 个阶段的销量与定价存在一定的差别,但各个阶段的收益却相差不大,这说明在多个班轮公司共生且相关公司影响因子相对差别不大的情况下,通过销售过程的优化,影响因子相对较小的班轮公司所取得的总体收益与影响因子相对较大的班轮公司相当。

## 4 结 语

基于种群演变和共生理论,本文研究了以舱位存量控制与定价为核心的集装箱班轮公司销售过程优化问题,将航运业务中相对粗放的舱位销售过程进行了较为精细的定量表达与求解。

本文构建的模型在进行班轮公司舱位销售优化时有较强的时效性,主要体现在不同阶段班轮公司可采用不同的舱位投放策略与运价策略,并且相比于单纯基于博弈理论的传统竞争模型,本文提出的基于共生理论的模型简化了计算与求解,而且得出的结果优化效果明显。当然,本文模型也存在一些不足之处,如较依赖存量函数的调整来消除误差,且求取多个班轮公司的最优解时采取了一定的简化计

算,从而可能会影响计算的精度,这些问题有待在今后的研究中得到进一步研究。

## 参考文献:

## References:

- [1] 施欣. 基于库存论的集装箱舱位保存量优化决策[J]. 中国航海, 2002(1): 59-62.  
SHI Xin. The study on the optimization of empty container inventory[J]. Navigation of China, 2002(1): 59-62. (in Chinese)
- [2] 汪瑜, 孙宏. 竞争环境下航班舱位控制博弈模型[J]. 交通运输工程学报, 2009, 9(3): 92-97.  
WANG Yu, SUN Hong. Game model of flight seat inventory control in competitive environment[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2009, 9(3): 92-97. (in Chinese)
- [3] 于辉, 张道明. 可召回机制下的航空公司最优舱位控制策略[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(6): 32-38.  
YU Hui, ZHANG Dao-ming. Airline's optimal seating control strategy under the callable mechanism[J]. Systems Engineering—Theory and Practice, 2009, 29(6): 32-38. (in Chinese)
- [4] 衡红军, 李雅静. 多航段舱位控制稳健优化模型研究[J]. 计算机工程与设计, 2010, 31(12): 2887-2889.  
HENG Hong-jun, LI Ya-jing. Research on robust optimization model of multi-leg capacity inventory control[J]. Computer Engineering and Design, 2010, 31(12): 2887-2889. (in Chinese)
- [5] 于辉, 王菲. 基于稳健法则的新航线舱位控制策略[J]. 系统管理学报, 2012, 21(2): 224-229.  
YU Hui, WANG Fei. Seating control policy of new route based on the robust rule[J]. Journal of Systems and Management, 2012, 21(2): 224-229. (in Chinese)
- [6] FENG You-yi, XIAO Bai-chun. A continuous-time seat control model for single-leg flights with no-shows and optimal overbooking upper bound[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 174(2): 1298-1316.
- [7] PARK C K, SEO J Y. Seat inventory control for sequential multiple flights with customer choice behavior[J]. Computers and Industrial Engineering, 2011, 61(4): 1189-1199.
- [8] CHEN Shao-xiang, GALLEGO G, LI M Z F, et al. Optimal seat allocation for two-flight problems with a flexible demand segment[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 201(3): 897-908.
- [9] HUNG Y F, CHEN C H. An effective dynamic decision policy for the revenue management of an airline flight[J]. International Journal of Production Economics, 2013, 144(2): 440-450.
- [10] 杨清清, 陈浩凯. 运输服务业中基于期权的存量控制方法研究[J]. 长沙理工大学学报: 社会科学版, 2010, 25(5): 18-20.  
YANG Qing-qing, CHEN Hao-kai. An inventory control model for transport service industry based on options[J]. Journal of Changsha University of Science and Technology: Social Science, 2010, 25(5): 18-20. (in Chinese)
- [11] GALLEGO G, RYZIN V G. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons[J]. Management Science, 1994, 40(8): 999-1020.
- [12] WEATHERFORD R L, BODILY E S. A taxonomy and research overview of perishable-asset revenue management: yield management, overbooking and pricing[J]. Operations Research, 1992, 40(5): 831-844.
- [13] FENG You-yi, GALLEGO G. Optimal stopping times for end-of-season sales and optimal stopping times for promotional fares[J]. Management Science, 1995, 41(8): 1371-1391.
- [14] ZHAO Wen, ZHENG Yu-sheng. Optimal dynamic pricing for perishable assets with non-homogeneous demand[J]. Management Science, 2000, 46(3): 375-388.
- [15] FENG You-yi, XIAO Bai-chun. Maximizing revenues of perishable assets with risk factor[J]. Operations Research, 1999, 47(2): 337-341.
- [16] FENG You-yi, GALLEGO G. Perishable asset revenue management with Markovian time dependent demand intensities[J]. Management Science, 2000, 46(7): 941-956.
- [17] ELMAGHRABY W, KESKINOCAK P. Dynamic pricing in the presence of inventory considerations: research overview, current practices and future directions[J]. Management Science, 2003, 49(10): 1287-1309.
- [18] BITRAN G, CALDENTY R. An overview of pricing models for revenue management[J]. Manufacturing and Service Operations Management, 2003, 5(3): 203-229.
- [19] 殷明, 郑士源, 丁以中, 等. 基于期权理论的国际海上集装箱运输协议动态定价决策[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(10): 2297-2305.  
YIN Ming, ZHENG Shi-yuan, DING Yi-zhong, et al. Dynamic pricing decision-making of service contracts for international container ocean shipping based on option theory[J]. Systems Engineering—Theory and Practice, 2012, 32(10): 2297-2305. (in Chinese)
- [20] BOOTH A. Symbiosis, selection, and individuality[J]. Biology and Philosophy, 2014, 29(5): 657-673.
- [21] BOONS F, SPEKKINK W, JIAO Wen-ting. A process perspective on industrial symbiosis theory, methodology, and application[J]. Journal of Industrial Ecology, 2014, 18(3): 341-355.
- [22] ALFARO J, MILLER S. Applying industrial symbiosis to smallholder farms: modeling a case study in Liberia, West Africa[J]. Journal of Industrial Ecology, 2013, 18(1): 145-154.
- [23] CHERTOW M, EHRENFELD J. Organizing self-organizing systems: toward a theory of industrial symbiosis[J]. Journal of Industrial Ecology, 2012, 16(1): 13-27.
- [24] PAQUIN R L, HOWARD-GRENVILLE J. The evolution of facilitated industrial symbiosis[J]. Journal of Industrial Ecology, 2012, 16(1): 83-93.