

文章编号:1671-1637(2014)04-0036-09

## 扁平钢箱梁剪力滞效应分析

乔朋<sup>1</sup>, 周绪红<sup>2,3</sup>, 狄谨<sup>2,3</sup>

(1. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064;  
3. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400044)

**摘要:**利用有限元法研究了扁平钢箱梁在集中荷载和均布荷载作用下的剪力滞效应。结合扁平钢箱梁设计参数的合理取值范围,分析了截面宽度和高度、顶板和底板厚度、纵隔板与横隔板的厚度和间距等参数对剪力滞效应的影响。根据理论分析结果,应用回归分析法提出了扁平钢箱梁剪力滞系数的实用计算公式,并将计算结果与有限元分析结果进行对比分析。分析结果表明:跨宽比对剪力滞系数影响最显著,当跨宽比由1.786增大至8.926时,顶板与底板处的最大剪力滞系数分别由1.40、1.32减小为1.07、1.06,减少约20%;当纵隔板厚度由10 mm增大至30 mm时,剪力滞系数在边腹板处减小约7%,而在其他位置变化小于1%;纵隔板间距与梁宽比由0.430增大至0.582时,剪力滞系数增大9%;其他参数变化对剪力滞系数的影响均可忽略。实用计算公式的计算结果与有限元分析结果的相对误差小于1%,说明公式计算精度较高,满足工程计算要求。

**关键词:**桥梁工程;扁平钢箱梁;剪力滞效应;有限元分析;回归分析;实用计算公式

**中图分类号:**U448.213

**文献标志码:**A

## Shear lag effect analysis of flat steel box girder

QIAO Peng<sup>1</sup>, ZHOU Xu-hong<sup>2,3</sup>, DI Jin<sup>2,3</sup>

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China; 2. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 3. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** The shear lag effects of flat steel box girder under concentrated and uniform loads were studied by using finite element method. Considering the reasonable ranges of design parameters of flat steel box girder, the influences of some parameters including the width and height of cross section, the thicknesses of top and bottom slabs, the thicknesses and spacings of longitudinal and transverse diaphragms on shear lag effects were analyzed. Based on the result of theoretical analysis, the practical formula was proposed to calculate the shear lag coefficient of flat steel box girder by using mathematical regression analysis, and the calculation result of practical formula was compared with the result of finite element method. Analysis result indicates that span-width ratio has the most significant influence on shear lag effects, when the span-width ratio increases from 1.786 to 8.926, the shear lag coefficients of top and bottom slabs decrease from 1.40 and 1.32 to 1.07 and 1.06, and decrease by about 20%. When the thickness of longitudinal diaphragm increases from 10 mm to 30 mm, the shear lag coefficient of side web decrease by 7%, while the coefficients at other positions change by less than 1%. When the ratio of longitudinal diaphragm spacing to girder width increases from 0.430 to 0.582, the shear lag coefficient

收稿日期:2014-03-17

基金项目:国家自然科学基金项目(50608005, 51308053);中央高校基本科研业务费专项资金项目(CHD2011JC070)

作者简介:乔朋(1982-),男,陕西渭南人,长安大学讲师,工学博士,从事钢结构与组合结构桥梁研究。

increases by 9%. Other parameters have negligible effect on shear lag coefficient. The relative error between the results of proposed practical formula and finite element method is less than 1%, which conforms the formula has higher calculation precision, and meets the need of engineering calculation. 4 tabs, 14 figs, 18 refs.

**Key words:** bridge engineering; flat steel box girder; shear lag effect; finite element analysis; regression analysis; practical formula

**Author resume:** QIAO Peng (1982-), male, lecturer, PhD, +86-29-82334828, qiaopeng@chd.edu.cn.

## 0 引言

按照初等梁的弯曲理论,承受弯矩作用的主梁在距离中性轴等高度处的正应力是均匀分布的,然而在实际应用中,箱型或工字型截面翼缘板的正应力分布并不均匀,通常在腹板和翼缘板交界处的正应力大于两侧远离腹板的部分,这种现象被称为剪力滞效应。最早由 Reissner 在 1946 年展开关于剪力滞效应的研究,他运用能量变分原理成功分析了双轴对称矩形截面箱梁的剪力滞效应<sup>[1]</sup>。随后,国内外许多学者对剪力滞效应这一课题展开了各种研究,丰富了理论分析方法,扩展了研究范围,如利用能量法、比拟杆法、有限差分法、有限段法求解变高度箱梁或压弯荷载作用的箱梁与多室箱梁的剪力滞效应,同时,模型试验这一有效的研究方法也常被用于验证理论研究成果和了解复杂结构受力特点。但上述 2 种方法均存在一定缺陷,如理论分析法求解过程复杂,不利于实际设计和工程应用,而模型试验则会耗费大量的人力、物力和财力。近年来,随着电子计算机的高速发展,有限元法以其适用性强、可模拟各种复杂结构的优势越来越多被应用于剪力滞效应分析中。

国外早在 20 世纪 80 年代就已开始钢箱梁剪力滞效应的研究,近年来中国学者对钢结构桥梁的研究也越来越多;Moffatt 等利用能量变分法和有限元法对钢箱梁的剪力滞效应进行了系统的分析<sup>[2]</sup>,给国外规范中关于有效宽度的规定提供了参考;Lertsima 等利用有限元法对宽高比小于 4 的薄壁简支箱梁的剪力滞效应进行了参数分析,并根据分析结果提出了实用计算公式,指出根据有效宽度的概念计算考虑剪力滞效应的主梁应力时可能会引起较大的误差<sup>[3]</sup>;Lin 等利用能量变分法的解析公式对钢箱梁的有效分布宽度进行了参数分析,并根据分析结果提出了对规范公式的修正建议<sup>[4]</sup>;郭秉山等采用有限元法研究了加劲肋对钢箱梁剪力滞效应的影响,结果表明顶板与底板加劲肋的设置对剪力滞效应的

影响远大于腹板加劲肋<sup>[5]</sup>;欧阳永金通过建立空间板壳有限元模型研究了大宽跨比多室钢箱梁的剪力滞效应,结果表明该类钢箱梁剪力滞效应显著,且各箱室剪力滞系数不同,而考虑桥面铺装参与工作可使剪力滞系数减小约 12%<sup>[6]</sup>;Zhang 等结合有限元模型和有机玻璃缩尺模型研究了大宽跨比钢箱梁的受力特点,结果表明有限元模型分析结果有较好的精度,而横隔板对纵向正应力有较大影响<sup>[7]</sup>;谢芬等利用有限元模型分析了荆岳长江大桥在悬臂施工过程中分离式钢箱主梁的剪力滞效应,结果表明施工过程中剪力滞影响下的主梁正应力分布复杂,分布规律不断变化<sup>[8]</sup>;李元兵等通过对苏通大桥进行实桥荷载试验和理论分析,发现车辆荷载作用下的顶板与底板纵向应力均沿横截面呈不均匀分布,钢箱梁受剪力滞效应影响显著,最大应力基本位于纵隔板与顶、底板交接处<sup>[9]</sup>;沈锐利等按几何缩尺比为 1:16 与力缩尺比为 1:4 的试验模型研究了采用分离式钢箱梁自锚式悬索桥的静力特性,发现该类箱梁截面的应力和变形受剪力滞效应影响显著,而主缆和吊索内力受影响较小<sup>[10]</sup>;赵煜等利用 1:10 缩尺模型试验和有限元相结合的方法,分析了大曲率连续钢箱梁的剪力滞效应,得到剪力滞系数沿纵、横桥向的变化规律<sup>[11]</sup>;张磊等利用板壳单元有限元模型研究了反向弯曲的钢箱梁在设计荷载作用下的受力,结果表明曲线钢箱梁的剪力滞效应比较突出,最大剪力滞系数位于腹板与顶板交界处<sup>[12]</sup>;吴亚平等考虑了弹塑性应力应变关系,研究了有限塑性变形条件下钢箱梁的剪力滞效应对有效宽度的影响,得到了翼缘有效宽比及强度增大系数与跨宽比的关系<sup>[13]</sup>。

近年来随着中国钢材产量的增加,为满足日益增长的行车需要,宽度大于 30 m 的宽幅钢箱主梁经常应用于中等或大跨径的斜拉桥中,但已有对钢箱梁剪力滞的研究并不一定适用于此类宽幅扁平钢箱梁,也并未考虑对于横隔板的影响,因此,本文针

对大跨径斜拉桥常选用的单箱三室扁平钢箱梁的剪力滞效应开展研究,利用有限元法分析了扁平钢箱梁剪力滞效应,掌握典型边界条件和典型荷载作用下该类箱梁剪力滞效应的特点,为施工阶段更为复杂的剪力滞效应研究提供参考。为避免采用规范有效分布宽度时计算钢箱梁应力可能带来的误差,在分析了不同截面参数的影响后,通过回归分析方法提出了用于计算箱梁最大正应力的剪力滞系数实用计算公式。

## 1 有限元分析

流线形单箱三室扁平钢箱梁是由顶板、底板、边腹板、斜底板、中纵隔板和 U 形加劲肋板等各种加劲构件组成的,见图 1。根据有限元法,利用板壳单元对扁平钢箱梁的各种构件进行模拟,可以避免理论解析法的各种简化假定对分析结果的影响。为保证有限元模型的可靠性,对文献[2]中的钢箱梁模型建立了板壳有限元模型,并与其实测结果进行对比,结果见图 2,有限元模型分析结果与文献[2]中模型实测结果接近,说明利用板壳有限元建立的模型是可靠的。

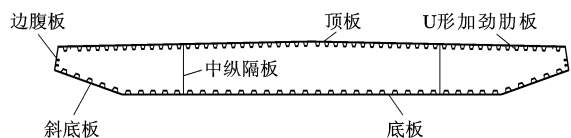


图 1 扁平钢箱梁截面

Fig. 1 Cross section of flat steel box girder

利用板壳有限元模型对杭州湾大桥北航道桥的扁平钢箱梁进行分析。扁平钢箱梁截面设计参数如下:截面宽度  $B$  为 33.6 m;截面高度  $H$  为 3.5 m;顶板与底板厚度  $t_1$ 、 $t_2$  分别为 14、12 mm;顶板与底板 U 形加劲肋板厚度分别为 8、6 mm;纵隔板与横隔板厚度  $t_3$ 、 $t_4$  分别为 10、12 mm;边腹板和斜底板厚度分别为 30、20 mm;横隔板间距  $l$  为 3.5 m;纵隔板间距  $b$  为 17 m。研究主梁为简支梁体系,长度

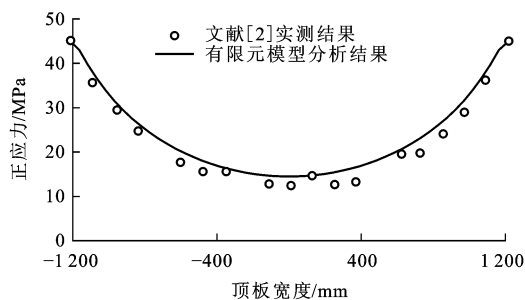
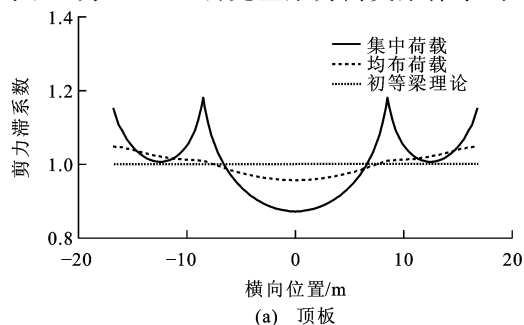


图 2 结果对比

Fig. 2 Results comparison

$L$  为 120 m,分别作用集中荷载和均布荷载,集中荷载作用在跨中截面的纵隔板处,而均布荷载选择重力荷载。用考虑剪力滞效应后截面的实际正应力  $\sigma$  与初等梁理论应力  $\sigma_0$  的比值来表示剪力滞效应的影响程度,称为剪力滞系数  $\lambda$ ,表示为

$$\lambda = \sigma / \sigma_0 \quad (1)$$

简支扁平钢箱梁跨中截面的剪力滞系数分布见图 3,图中横向位置坐标原点为箱梁横向中心线。由图 3 可以看出:在集中荷载作用下,边腹板、纵隔板处翼板出现显著的正剪力滞,剪力滞系数约为 1.2,箱梁中心线处剪力滞系数为 0.8~0.9;在均布荷载作用下,箱梁的剪力滞效应影响较小,并且是边腹板处翼板的剪力滞系数最大,箱梁中心线处为最小。 $\lambda_i$  为剪力滞系数, $i$  取 1、2、3 分别对应边腹板、纵隔板、箱梁中心线位置,将这几个特征点作为主要研究对象进行分析。

## 2 参数分析

钢箱梁桥设计以强度计算为基础,以主梁与局部构件的稳定性验算为保障,构件尺寸应结合构造要求进行确定<sup>[14-15]</sup>。在满足规范要求的同时,考虑经济因素,扁平钢箱梁的设计在实践中经过不断的改进,各设计参数都存在一定的合理范围<sup>[16]</sup>:顶板与底板厚度为 12~16 mm;加劲肋板厚度为 6~8 mm,间距为

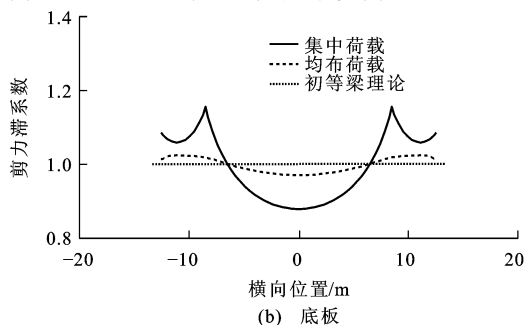


图 3 跨中截面剪力滞系数

Fig. 3 Shear lag coefficients of mid-span cross sections

250~300 mm;横隔板厚度一般为 8~10 mm。各构件厚度在索锚点、梁吊点或支点处会增大至 20~30 mm。为确定参数的合理取值范围,统计了中国 24 座已建斜拉桥采用的单箱三室扁平钢箱梁标准梁段的截面尺寸参数,桥梁信息见表 1,尺寸参数统计结果见图 4。由图 4 可以看出:扁平钢箱梁高度为 3~4 m;

箱梁宽度为 30~35 m;纵隔板距中线距离为 7.5~10.0 m,该距离与箱梁宽度比约为 0.5;顶板与底板厚度分别为 14、12 mm;边腹板厚度多为 30 mm;纵隔板厚度多为 10 mm。

表 1 桥梁信息  
Tab. 1 Bridge informations

序号	桥梁名称	序号	桥梁名称	序号	桥梁名称
1	安庆长江大桥	9	荆岳长江公路大桥	17	润扬大桥北汉桥
2	港珠澳大桥青州航道桥	10	九江长江大桥	18	厦漳跨海大桥北汉桥
3	广州东沙大桥	11	南京长江三桥	19	苏通大桥
4	杭州湾大桥北航道桥	12	南京长江二桥南汉桥	20	武汉军山长江大桥
5	杭州湾大桥南航道桥	13	宁波象山港大桥	21	湛江海湾大桥
6	黄舢长江大桥	14	青岛海湾大桥沧口航道桥	22	舟山金塘大桥
7	济南黄河三桥	15	青岛海湾大桥红岛航道桥	23	舟山桃夭门大桥
8	鸭绿江界河公路大桥	16	宁波青林湾大桥	24	珠江黄埔大桥北汉桥

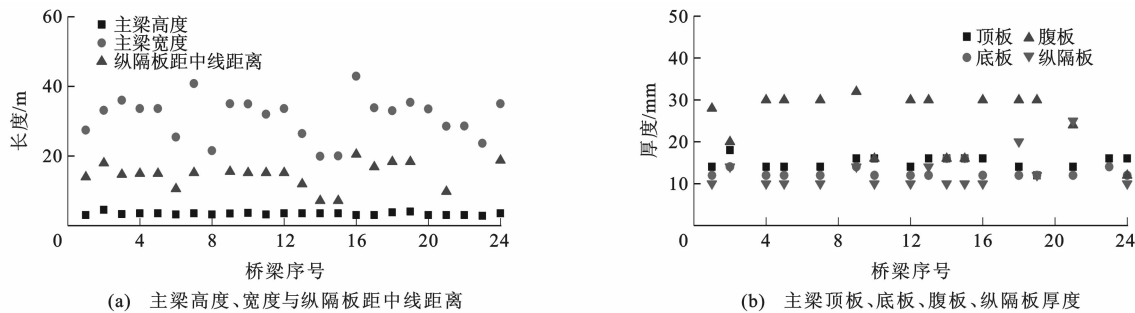


图 4 参数统计结果  
Fig. 4 Statistical results of parameters

在分析扁平钢箱梁几何参数对剪力滞系数影响时,为使有限元模型分析结果具有更强的针对性,参考钢箱梁设计尺寸的合理范围和已建桥梁的截面参数来确定各参数范围。最终以较典型的杭州湾大桥北航道桥钢箱梁的截面尺寸为基础,确定各参数取值:跨宽比  $L/B$  分别为 1.786、2.679、3.571、4.464、5.357、6.250、7.143、8.929 ( $B$  为 33.6 m, 对应  $L$  分别为 60、90、120、150、180、210、240、300 m);宽高比  $B/H$  分别为 13.4、11.2、9.6、8.4 ( $B$  为 33.6 m, 对应  $H$  分别为 2.5、3.0、3.5、4.0 m);顶板厚度  $t_1$  分别为 14、16、20、24、30 mm;底板厚度  $t_2$  分别为 12、16、20、24、30 mm;纵隔板厚度  $t_3$  分别为 10、12、16、20、30 mm;横隔板厚度  $t_4$  分别为 8、12、16、20、30 mm;横隔板间距  $l$  分别为 2.50、3.00、3.75、5.00、6.00 m;纵隔板间距  $b$  分别为 19.55、17.00、14.45 m。

在进行某个参数的分析对比时,保持其他参数为基准尺寸参数不变。剪力滞系数随各参数变化关系见图 5~12。

由图 5 可以看出:跨宽比对钢箱梁的剪力滞系数影响十分显著,当跨宽比由 1.786 增大至 8.929 时,纵隔板处顶板与底板最大剪力滞系数分别由 1.40、1.32 减小为 1.07、1.06,变化幅度约为 20%;随着主梁跨宽比的增大,主梁的剪力滞效应逐渐减小,截面正应力趋于均匀。

由图 6~10 可以看出:无论集中荷载还是均布荷载作用下,宽高比、顶板厚度、底板厚度以及横隔板的厚度和间距对钢箱梁的剪力滞效应都没有显著影响,剪力滞系数相对变化均小于 5%。

由图 11 可以看出:随着纵隔板厚度的增大,边腹板处顶板与底板的剪力滞系数逐渐减小,但相对变化均小于 7%;纵隔板厚度对于纵隔板和箱梁中线板处顶板与底板的影响很小,相对变化小于 1%,可见,纵隔板厚度仅对边腹板处翼板的剪力滞系数有一定影响。

由图 12 可以看出:纵隔板的横向布置位置对箱梁的剪力滞系数有一定的影响,纵隔板位置不同的

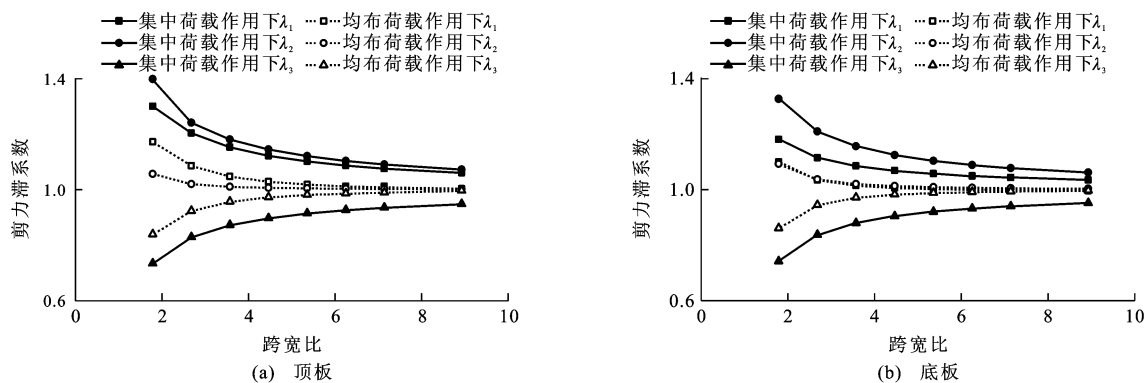


图 5 跨宽比对剪力滞系数的影响

Fig. 5 Influences of span-width ratios on shear lag coefficients

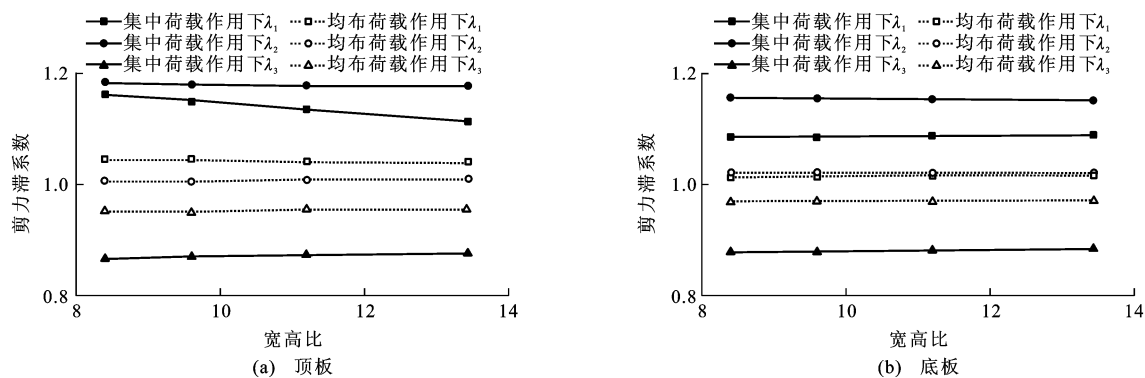


图 6 宽高比对剪力滞系数的影响

Fig. 6 Influences of width-height ratios on shear lag coefficients

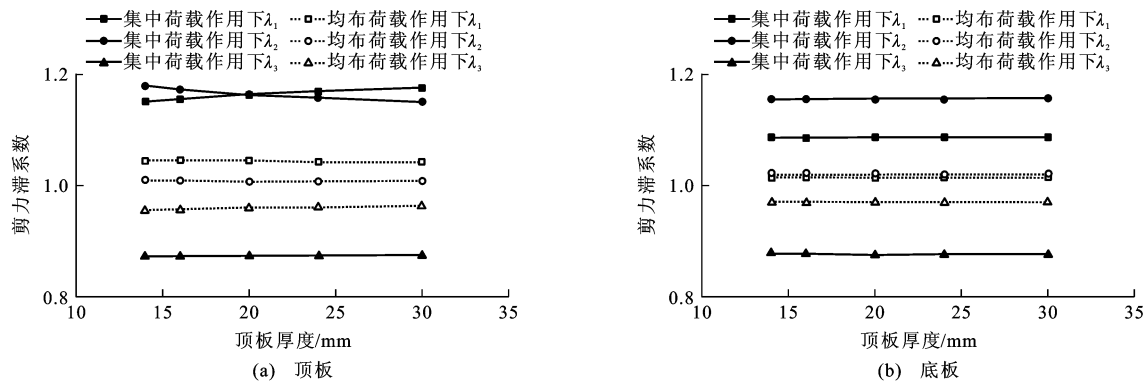


图 7 顶板厚度对剪力滞系数的影响

Fig. 7 Influences of top slab thicknesses on shear lag coefficients

3 种截面剪力滞系数最大差异约为 9%; 两侧纵隔板间距越大, 纵隔板处顶板的剪力滞效应越显著, 边腹板处的剪力滞系数也有所增大, 而箱梁中心线处的剪力滞系数则有所减小。

### 3 实用计算公式

剪力滞效应的另一种表示方式为有效分布宽度, 许多国家以有效分布宽度的方式将剪力滞效应的影响写入到设计规范中, 并给出了计算公式<sup>[17-18]</sup>。但是, 文献[3]中指出利用有效分布宽度计算截面的

最大应力常常偏小, 并且跨宽比越小误差越大, 因此, 本文中扁平钢箱梁剪力滞效应实用计算公式得到的是剪力滞系数。

根据参数分析结果, 可以确定对扁平钢箱梁剪力滞系数影响最大的参数为跨宽比。根据图 3 所示曲线特点, 可按 3 次抛物线进行曲线拟合, 即

$$\lambda_i = A_{1i} \left( \frac{L}{B} \right)^3 + A_{2i} \left( \frac{L}{B} \right)^2 + A_{3i} \left( \frac{L}{B} \right) + A_{4i} \quad (2)$$

式中:  $A_{1i} \sim A_{4i}$  为跨宽比影响系数。

根据最小二乘法进行回归分析即可得到  $A_{1i} \sim$

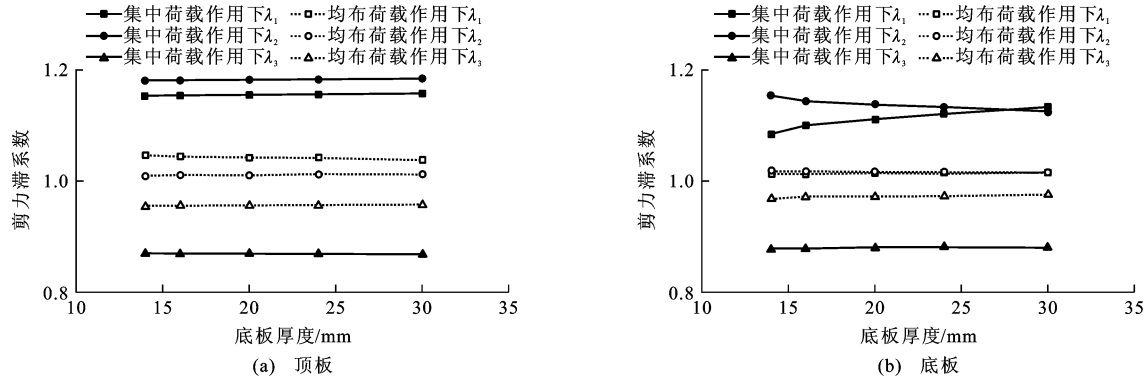


图8 底板厚度对剪力滞系数影响

Fig. 8 Influences of bottom slab thicknesses on shear lag coefficients

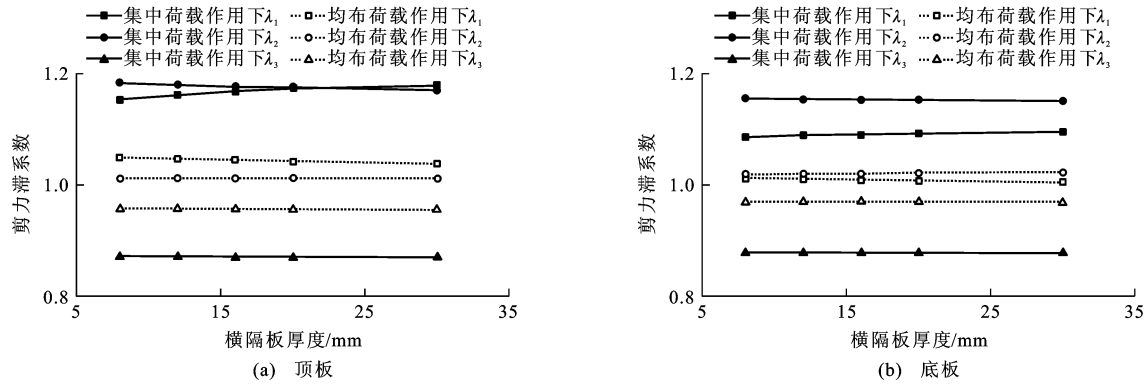


图9 横隔板厚度对剪力滞系数的影响

Fig. 9 Influences of transverse diaphragm thicknesses on shear lag coefficients

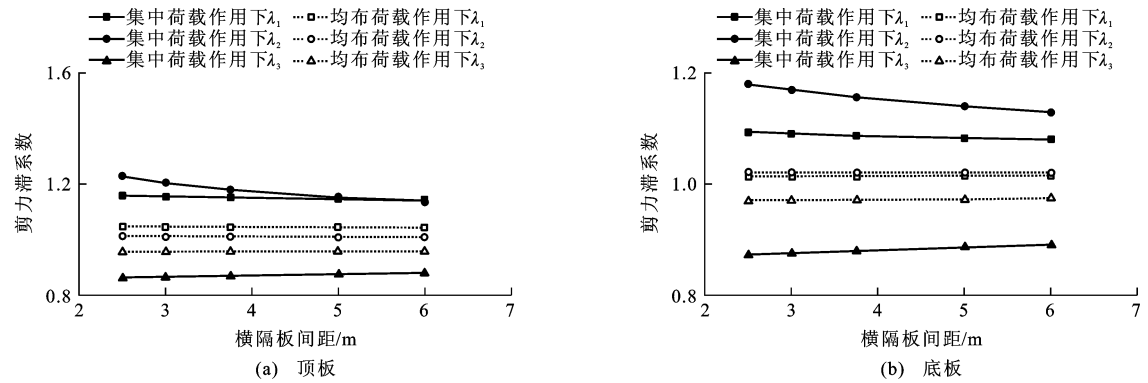


图10 横隔板间距对剪力滞系数的影响

Fig. 10 Influences of transverse diaphragm spacings on shear lag coefficients

$A_{4i}$ 。另外,纵隔板间距与厚度也对剪力滞系数有一定影响,但相对较小。同时,从已建斜拉桥扁平钢箱主梁的纵隔板位置看, $b/B$ 一般约为0.5,变化不大。为了简化计算公式,假定以 $b/B$ 为0.5、 $t_3$ 为10 mm为基准,其他参数对应值通过影响系数 $k_1$ 与 $k_2$ 得到。修正后的扁平钢箱梁剪力滞系数的实用计算公式为

$$\lambda_i = k_1 k_2 \left[ A_{1i} \left( \frac{L}{B} \right)^3 + A_{2i} \left( \frac{L}{B} \right)^2 + A_{3i} \left( \frac{L}{B} \right) + A_{4i} \right] \quad (3)$$

式中: $k_1$ 为纵隔板间距与梁宽比影响系数; $k_2$ 为纵隔板厚度影响系数。

根据参数分析的有限元模型计算结果,可分别求得式中各系数,跨宽比影响系数 $A_{1i} \sim A_{4i}$ 见表2,集中荷载作用下的纵隔板间距与梁宽比影响系数 $k_1$ 和纵隔板厚度影响系数 $k_2$ 分别见表3、4,可以看出,纵隔板间距和厚度的影响可忽略,即 $k_1, k_2$ 均为1。

将式(3)的计算结果与有限元分析结果进行对比,二者相对误差的绝对值小于1%,满足工程计算

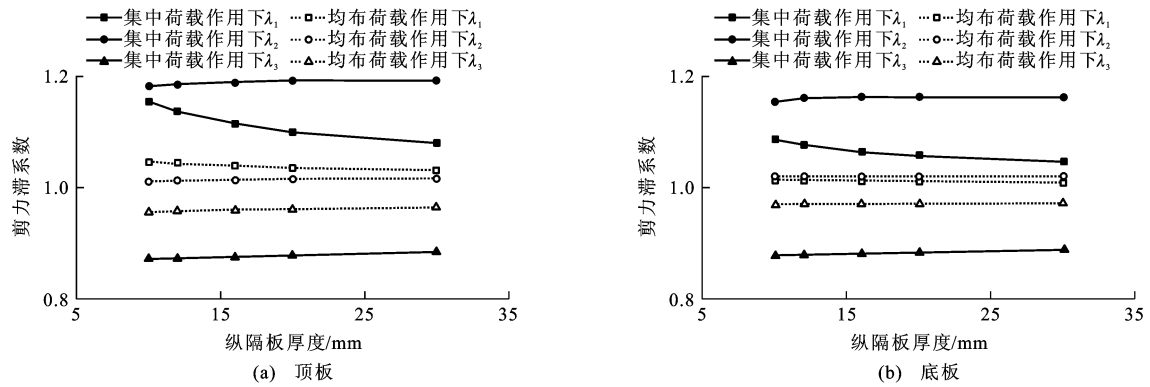


图 11 纵隔板厚度对剪力滞系数影响

Fig. 11 Influences of longitudinal diaphragm thicknesses on shear lag coefficients

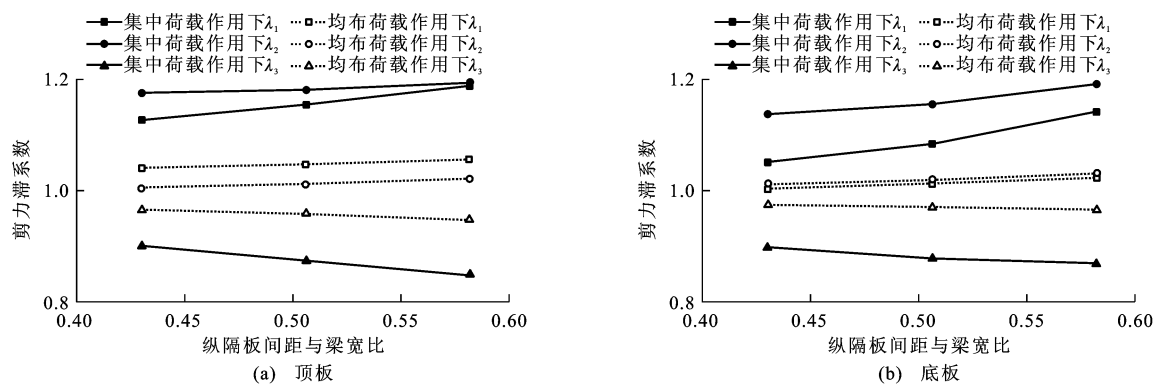


图 12 纵隔板间距与梁宽比对剪力滞系数的影响

Fig. 12 Influences of ratios of longitudinal diaphragm spacing to girder width on shear lag coefficients

表 2 跨宽比影响系数

Tab. 2 Influence coefficients of span-width ratios

荷载类型	跨宽比 影响系数	顶板剪力滞系数对应位置			底板剪力滞系数对应位置		
		边腹板	纵隔板	箱梁中线	边腹板	纵隔板	箱梁中线
集中荷载	$A_{1i}$	-0.001 32	-0.001 83	0.001 36	-0.000 32	-0.002 84	0.001 51
	$A_{2i}$	0.027 54	0.037 42	-0.027 71	0.006 22	0.057 90	-0.030 62
	$A_{3i}$	-0.197 22	-0.260 56	0.191 82	-0.038 96	-0.401 77	0.209 68
	$A_{4i}$	1.567 53	1.718 53	0.477 09	1.078 14	2.093 61	0.444 04
均布荷载	$A_{1i}$	-0.000 96	-0.001 70	0.001 41	-0.001 16	-0.000 94	0.001 44
	$A_{2i}$	0.019 52	0.034 51	-0.028 48	0.022 31	0.018 18	-0.027 94
	$A_{3i}$	-0.133 91	-0.238 49	0.194 79	-0.139 03	-0.113 82	0.175 15
	$A_{4i}$	1.359 33	1.645 80	0.481 14	1.279 50	1.237 75	0.635 03

表 3 纵隔板间距与梁宽比影响系数

Tab. 3 Influence coefficients of ratios of longitudinal diaphragm spacing to girder width

$b/B$	顶板剪力滞系数对应不同位置的 $k_1$			底板剪力滞系数对应不同位置的 $k_1$		
	边腹板	纵隔板	箱梁中线	边腹板	纵隔板	箱梁中线
0.582	1.031	1.011	0.970	1.056	1.032	0.987
0.506	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.430	0.978	0.995	1.031	0.971	0.986	1.022

表 4 纵隔板厚度影响系数  
Tab. 4 Influence coefficients of longitudinal diaphragm thicknesses

$t_3/\text{mm}$	顶板剪力滞系数对应不同位置的 $k_2$			底板剪力滞系数对应不同位置的 $k_2$		
	边腹板	纵隔板	箱梁中线	边腹板	纵隔板	箱梁中线
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	0.986	1.000	1.000	0.992	1.000	1.000
16	0.966	1.000	1.000	0.980	1.000	1.000
20	0.954	1.000	1.000	0.973	1.000	1.000
30	0.935	1.000	1.000	0.964	1.000	1.000

精度要求。当  $b/B$  为 0.506,  $t_3$  为 10 mm 时,集中荷载与均布荷载作用下的剪力滞系数计算结果分别见图 13、14。根据相对误差可分别求得不同荷载作

用下剪力滞系数计算公式的均方根误差。图 13、14 中集中荷载和均布荷载作用下式(3)的均方根误差均为 0.5%,证明拟合公式计算精度良好。

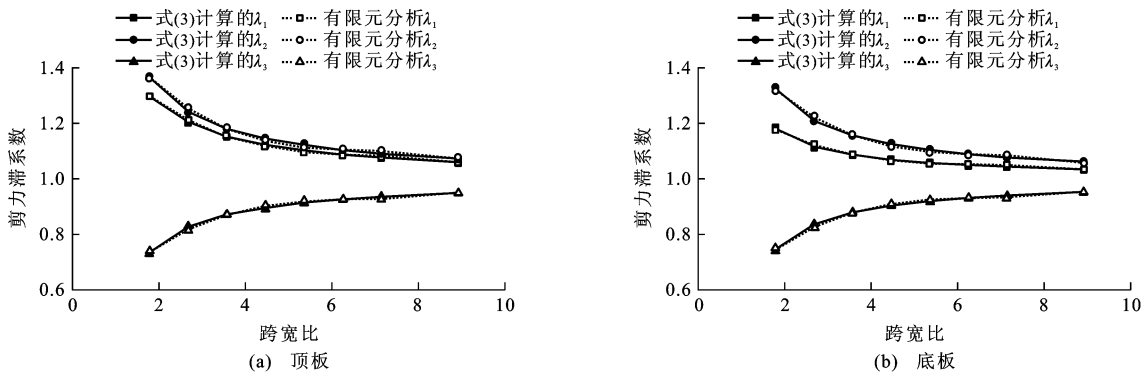


图 13 集中荷载作用下的剪力滞系数  
Fig. 13 Shear lag coefficients under concentrated load

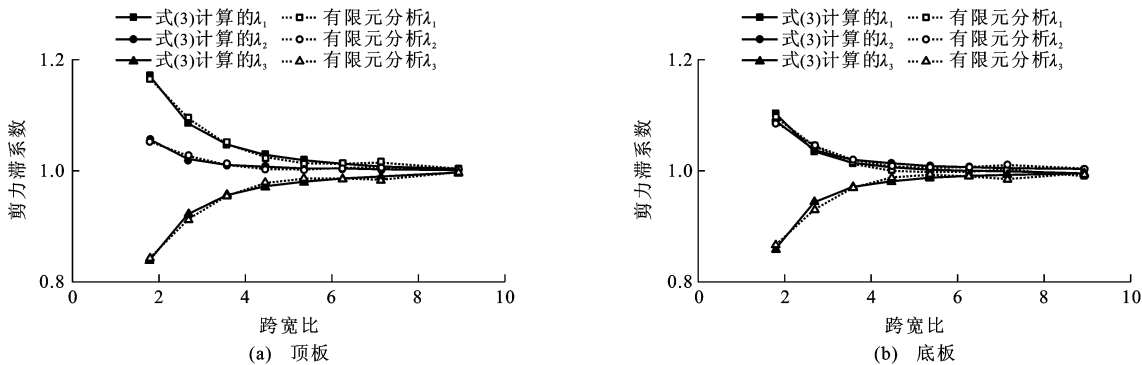


图 14 均布荷载作用下的剪力滞系数  
Fig. 14 Shear lag coefficients under uniform load

4 结 语

(1)集中荷载作用下,单箱三室扁平钢箱梁的边腹板和纵隔板处翼板出现明显的正剪力滞效应,且纵隔板处的剪力滞系数略大。均布荷载作用的剪力滞效应影响较小,且边腹板的剪力滞系数大于纵隔板。箱梁中心线的剪力滞系数则均小于 1。

(2)在各种设计参数中,跨宽比对剪力滞效应影响最显著,其次是纵隔板的横向间距和纵隔板厚度,

其他参数的影响可忽略不计。

(3)根据各参数对剪力滞效应影响的特点,利用最小二乘法通过回归分析得到扁平钢箱梁剪力滞系数的实用计算公式,且与有限元分析结果比较相对误差的绝对平均值小于 1%,满足工程计算精度要求。

(4)本文仅对成桥阶段弹性状态下单箱三室扁平钢箱梁的剪力滞效应进行了理论研究,对于斜拉桥施工过程中钢箱梁剪力滞效应的特点以及考虑弹性阶段剪力滞效应的影响有待后续研究。

## 参考文献:

## References:

- [1] REISSNER E. Analysis of shear lag in box beams by the principle of minimum potential energy[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1946, 4(3): 268-278.
- [2] MOFFATT K R, DOWLING P J. Shear lag in steel box girder bridges[J]. Structural Engineering, 1975, 53(10): 439-448.
- [3] LERTSIMA C, CHAISOMPHOB T, YAMAGUCHI E. Stress concentration due to shear lag in simply supported box girders[J]. Engineering Structures, 2004, 26(8): 1093-1101.
- [4] LIN Zhi-bin, ZHAO Jian. Revisit of AASHTO effective flange-width provisions for box girders[J]. Journal of Bridge Engineering, 2011, 16(6): 881-889.
- [5] 郭秉山, 何 玮, 闫月梅. 薄壁钢箱梁考虑加劲肋构造剪力滞效应的计算[J]. 西安科技大学学报, 2012, 32(5): 617-621.  
GUO Bing-shan, HE Wei, YAN Yue-mei. Calculation of shear lag effect on thin-walled box girder by considering arrangement of stiffening rib[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2012, 32(5): 617-621. (in Chinese)
- [6] 欧阳永金. 大宽跨比连续钢箱梁桥的剪力滞效应研究[J]. 世界桥梁, 2009(1): 29-32.  
OUYANG Yong-jin. Investigation of shear lag effect of continuous steel box girder bridge with great width-to-span ratio[J]. World Bridges, 2009(1): 29-32. (in Chinese)
- [7] ZHANG Hui, DESROCHES R, YANG Zi-jiang, et al. Experimental and analytical studies on a streamlined steel box girder[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2010, 66(7): 906-914.
- [8] 谢 芬, 许红胜, 颜东煌, 等. 斜拉桥悬臂施工阶段分离式钢箱梁的剪力滞效应分析[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2012, 9(2): 31-38.  
XIE Fen, XU Hong-sheng, YAN Dong-huang, et al. The shear lag effect research of separated steel box girder in cantilever construction stage of cable-stayed bridge[J]. Journal of Changsha University of Science and Technology: Natural Science, 2012, 9(2): 31-38. (in Chinese)
- [9] 李元兵, 张启伟, 季云峰. 千米级斜拉桥结构静力行为试验研究[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2011, 39(4): 495-500, 523.  
LI Yuan-bing, ZHANG Qi-wei, JI Yun-feng. Mechanical behavior of kilometer-level cable-stayed bridge under static loads[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2011, 39(4): 495-500, 523. (in Chinese)
- [10] 沈锐利, 齐东春, 唐茂林. 杭州江东大桥静力特性全桥模型试验研究[J]. 土木工程学报, 2011, 44(1): 74-80.  
SHEN Rui-li, QI Dong-chun, TANG Mao-lin. Model test study of the static property of the Jiangdong Bridge in Hangzhou[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(1): 74-80. (in Chinese)
- [11] 赵 煜, 刘 波. 大曲率连续钢箱梁桥剪力滞试验与分析[J]. 西安科技大学学报, 2006, 26(3): 311-316.  
ZHAO Yu, LIU Bo. Test and analysis of shear lag for continuous steel bridge with large curvature[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2006, 26(3): 311-316. (in Chinese)
- [12] 张 磊, 郑宝成, 成丕富. 双反弯曲线钢箱连续梁桥剪力滞效应研究[J]. 公路工程, 2013, 38(4): 124-127, 132.  
ZHANG Lei, ZHENG Bao-cheng, CHENG Pi-fu. Research of shear lag effect in reverse bending curved steel box continuous girder bridge[J]. Highway Engineering, 2013, 38(4): 124-127, 132. (in Chinese)
- [13] 吴亚平, 赖远明, 王步云. 薄壁钢箱梁的极限强度及有效宽比分析[J]. 铁道学报, 1999, 21(3): 77-80.  
WU Ya-ping, LAI Yuan-ming, WANG Bu-yun. Strength and valid width ratio analysis of thin-walled steel box beam in limit state[J]. Journal of the China Railway Society, 1999, 21(3): 77-80. (in Chinese)
- [14] 赵 煜, 侯俊明. 钢结构箱形梁桥结构尺寸优化分析[J]. 西安公路交通大学学报, 2001, 21(2): 53-56.  
ZHAO Yu, HOU Jun-ming. The optimum analysis in designing a steel box beam[J]. Journal of Xi'an Highway University, 2001, 21(2): 53-56. (in Chinese)
- [15] LIU Xiao-gang, FAN Jian-sheng, NIE Jian-guo, et al. Behavior of composite rigid frame bridge under bi-directional seismic excitations[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering: English Edition, 2014, 1(1): 62-71.
- [16] 张太科, 周小蓉. 大跨度桥梁钢箱梁设计要素简述[J]. 中外公路, 2005, 25(4): 139-141.  
ZHANG Tai-ke, ZHOU Xiao-rong. Brief review on key elements of steel box girder design for long span bridges[J]. Journal of China and Foreign Highway, 2005, 25(4): 139-141. (in Chinese)
- [17] 彭大文, 王 忠. 连续弯箱梁剪滞效应分析和实用算法研究[J]. 中国公路学报, 1998, 11(3): 41-49.  
PENG Da-wen, WANG Zhong. Analysis of the shear lag effect in continuous curved box girder bridges and the research on practical calculating method[J]. China Journal of Highway and Transport, 1998, 11(3): 41-49. (in Chinese)
- [18] 乔 朋. 斜拉桥扁平钢箱主梁的剪力滞效应研究[D]. 西安: 长安大学, 2009.  
QIAO Peng. Study on shear lag effect in flat steel box girder of a cable-stayed bridge[D]. Xi'an: Chang'an University, 2009. (in Chinese)