

文章编号:1671-1637(2014)03-0034-09

## 桥梁风致振动的混沌特性

李加武<sup>1</sup>, 王 新<sup>1</sup>, 张 悦<sup>1</sup>, 高 蒙<sup>2</sup>, 陈子涛<sup>1</sup>

(1. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064; 2. 长安大学 理学院, 陕西 西安 710064)

**摘 要:**利用非线性理论和混沌时间序列分析方法,建立了桥梁风致振动的数学模型,开发了计算桥梁振动加速度时间序列 Lyapunov 指数的 MATLAB 程序,进行了桥梁涡振和颤振的风洞试验,分析了不同风攻角下的桥梁风致振动的阻尼比、Lyapunov 指数与风速的关系以及涡振振幅与风速的关系,研究了桥梁颤振和涡振的混沌特性。试验结果表明:在颤振试验中,当风速小于颤振临界风速  $15.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时, Lyapunov 指数小于 0, Lyapunov 指数与阻尼比存在很大的相关性,当风速从  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  增大为  $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时,相空间逐渐发散;在涡振试验中,当风速从  $4.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  增大至  $8.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时, Lyapunov 指数大于 0, 桥梁发生明显涡振,并由多频振动逐渐转变为单频振动,相空间变为一个较为理想的圆。桥梁的涡振与颤振均属于混沌现象,低风速下的 Lyapunov 指数可用来预测高风速下的风致振动,并且利用相空间也能识别涡振与颤振。

**关键词:**桥梁工程;风致振动;非线性理论;混沌特性;Lyapunov 指数;时间序列

**中图分类号:**U441

**文献标志码:**A

## Chaos characteristics of wind-induced vibrations for bridge

LI Jia-wu<sup>1</sup>, WANG Xin<sup>1</sup>, ZHANG Yue<sup>1</sup>, GAO Meng<sup>2</sup>, CHEN Zi-tao<sup>1</sup>

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. School of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

**Abstract:** According to nonlinear theory and chaotic time series analysis method, the mathematical model of bridge wind-induced vibration was built. The MATLAB program for calculating the Lyapunov exponent of bridge vibration acceleration time series was developed, and the flutter and vortex vibration were tested in wind tunnel. Under various wind attack angles, the damping ratios of bridge wind-induced vibrations, the relationships between Lyapunov exponents and wind speeds, and the relationships between vortex vibration amplitudes and wind speeds were analyzed, and the chaos characteristics of flutter and vortex vibration were studied. Test result indicates when wind speed is less than critical wind speed ( $15.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ), the Lyapunov exponent is negative in flutter test, and the close correlation between Lyapunov exponent and damping ratio is found. When wind speed increases from  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  to  $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , the phase space becomes divergent gradually. In vortex vibration test, when wind speed increases from  $4.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  to  $8.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , the Lyapunov exponent is more than 0, obvious vortex vibration happens, and multi-frequency vibration turns to single frequency vibration gradually. The phase space also becomes an ideal circle. Both flutter and vortex vibration are chaos phenomena. Lyapunov exponent at low wind speed can be used to predict the wind-induced vibrations at high wind

收稿日期:2014-01-17

基金项目:国家自然科学基金项目(51078038);土木工程防灾国家重点实验室开放基金项目(SLDRCE10-MB-02);中央高校基本科研业务费专项资金项目(CHD2010ZD001)

作者简介:李加武(1972-),男,安徽舒城人,长安大学教授,工学博士,从事桥梁抗风研究。

speed, and the phase space can also be used to explain flutter and vortex vibration. 31 figs, 24 refs.

**Key words:** bridge engineering; wind-induced vibration; nonlinear theory; chaos characteristics; Lyapunov exponent; time series

**Author resume:** LI Jia-wu(1972-), male, professor, PhD, +86-29-82336252, ljw@gl.chd.edu.cn.

## 0 引言

在远古时期,为了能够跨越沟壑,人类用树木搭成桥梁。随着人类社会漫长的发展,桥梁工程也发生了日新月异的巨变。无论是计算原理,还是施工技术都在不断更新与完善。现在,桥梁工程正在向大跨度甚至超大跨度发展。桥梁跨径也一次又一次地刷新纪录,中国的苏通大桥跨度达到了1 088 m,日本名石海峡大桥跨度达到了1 991 m。进入到21世纪后,桥梁跨度达到2 000 m以上成为可能。然而,桥梁的风害影响限制了当代桥梁工程的发展。历史上曾多次发生由于不合理的设计而产生过巨大的损失和沉痛的教训。20世纪40年代,华盛顿州的Tacoma大桥在不到 $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的风荷载作用下发生了破坏。自此以后桥梁的风致振动引起桥梁工程师的极大关注。在Tacoma大桥破坏后,桥梁的风害事故也时有发生,有许许多多桥梁受到不同程度的风害影响。在大跨径桥梁快速发展的今天,风致振动自然成为了极其重要的研究课题。由于大跨径桥梁结构的自重小、刚度柔等特点,桥梁的风荷载俨然成为其不可忽视的影响因素。桥梁工程中的风致振动有很多种,项海帆总结了近些年在这些领域的研究成果<sup>[1]</sup>。本文主要关注其中的颤振与涡振。

颤振是主梁发散振动,能够致使桥梁发生灾难性的破坏。对桥梁颤振的研究已经有了很大进展:Omenzetter分析了桥梁颤振特征值的灵敏度问题<sup>[2]</sup>;Nieto分析了桥梁颤振临界风速的灵敏度问题<sup>[3]</sup>;Argentini等应用蒙特卡洛分析方法分析了桥梁颤振临界风速,得到较为准确的结果<sup>[4]</sup>;Brusiani总结了桥梁的颤振导数的应用<sup>[5]</sup>;郭增伟等运用状态空间法尝试分析了桥梁颤振现象<sup>[6]</sup>。避免桥面发生颤振破坏的气动措施很多,辛大波等给出了抑制颤振的气动措施<sup>[7]</sup>;Casalotti等也给出了抑制颤振的阻尼措施<sup>[8]</sup>,但颤振的机理研究鲜有进展,颤振现象仍然得不到完美诠释。

涡振也是一种风致振动,虽不会像颤振一样在短时间内引起桥梁灾难性的破坏,但频繁的涡振会使桥梁构件发生疲劳破坏,引起行车不适。关于桥

梁断面发生涡振的研究有很多,许福友等给出了很多抑制涡振的气动措施<sup>[9]</sup>;Patil提供了很多抑制涡振的阻尼措施<sup>[10]</sup>。但对涡振机理解释只局限于线性理论,与颤振理论一样,线性理论远远不能够解释这种复杂现象。

20世纪60年代以来,非线性科学开始兴起,而混沌理论成为非线性理论研究的热点,涉及自然科学和社会科学的各个领域。李清都等总结了近些年混沌动力学的重大发展<sup>[11]</sup>。现在,混沌理论已经开始广泛应用于研究工程界问题。何四祥用混沌理论分析了工程结构的相关问题<sup>[12]</sup>;Hu等将混沌理论应用于运筹学的相关研究<sup>[13]</sup>;Poirel等也在飞行器设计的相关研究中借助了混沌理论<sup>[14]</sup>。在风致振动问题上,余宏波用混沌理论研究了斜拉桥拉索的风致振动,证明了斜拉索弛振是一种混沌现象<sup>[15]</sup>;Caracoglia尝试用Lyapunov指数预测桥梁的颤振<sup>[16]</sup>,但仅仅是数值模拟,缺乏试验依据。

截止目前,混沌理论在桥梁风致振动中的研究仍然较少,尤其是缺少关于涡振的研究。本文采用混沌时间序列方法,建立风致振动的数学模型,提取加速度时程作为时间序列,然后重构相空间,计算Lyapunov指数,分析Lyapunov指数与风速的关系以及风致振动时的相空间特性,揭示了这2类风致振动现象的混沌特性。

## 1 数学模型与风致振动

### 1.1 时间序列

在实验室风洞中,分别进行主梁模型的颤振和涡振试验,记录不同风速下的加速度时程,从中选取较为良好的信号作为本文的时间序列 $\{x_i\}$ , $x_i$ 为时间序列的第 $i$ 个元素, $i=1,2,\dots,N$ 。

### 1.2 数学模型

Lyapunov指数是研究空间中相邻轨道以指数方式分离的快慢程度<sup>[17]</sup>,以时间序列Lyapunov指数是否大于0能够判断该序列是否属于混沌。本文基于Lyapunov指数方法,建立了数学模型。

根据上述方法计算嵌入维数和时间延迟,将时间序列 $\{x_i\}$ 进行相空间重构。找到相空间中任意点 $j$ 的最近邻点 $j'$ ,并限制短暂分离,即满足

$$d_j(0) = \min_j \|Y_j - Y_{j'}\|_2 \quad |j - j'| > P \quad (1)$$

式中:  $d_j(0)$  为点  $j, j'$  的距离;  $Y_j, Y_{j'}$  分别为点的  $j, j'$  坐标;  $P$  为用 FFT 变换算出时间序列  $\{x_i\}$  的平均周期。

计算出每一个点  $j$  与该邻点的第  $i_1$  个离散时间步后的距离  $d_j(i_1)$  为

$$d_j(i_1) = \|Y_{j+i_1} - Y_{j'+i_1}\|_2$$

得到  $\ln[d_j(i_1)]$  的平均值, 即中间变量  $y(i_1)$

$$y(i_1) = \frac{1}{q\Delta t} \sum_{j=1}^q \ln[d_j(i_1)] \quad (2)$$

式中:  $q$  为非零  $d_j(i_1)$  的数量;  $\Delta t$  为时间序列的时间间隔。

### 1.3 风致振动

将哇家滩黄河特大桥风洞试验的加速度时程和虎门二桥风洞试验的加速度时程分别用于分析桥梁颤振和涡振的混沌特性。在颤振试验中, 虎门二桥在风攻角分别为  $5^\circ, 3^\circ, 0^\circ, -3^\circ, -5^\circ$  下的阻尼比与风速的关系见图 1。当阻尼比为正时, 桥梁处于稳定状态; 当阻尼比由正变负时, 桥梁将发生颤振。当风攻角为  $5^\circ$ , 风速为  $13 \sim 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时, 阻尼比接近 0, 表明此时桥梁最有可能发生颤振。在涡振试验中, 哇家滩黄河特大桥在风攻角分别为  $5^\circ, 3^\circ, 0^\circ, -3^\circ, -5^\circ$  下的涡激振动振幅与风速关系见图 2。涡振发生时风速都较低, 过了某个风速区间, 涡振将消失。涡振振幅将会用于涡振混沌特性的分析, 并与涡振的 Lyapunov 指数曲线作对比。

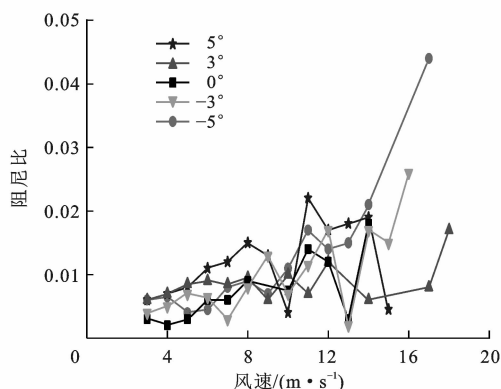


图 1 颤振试验中阻尼比与风速的关系

Fig. 1 Relationships between damp ratios and wind speeds in flutter test

## 2 风洞试验时间序列的 Lyapunov 指数计算程序

为了有效识别颤振或涡振混沌状态, 本文开发了计算 Lyapunov 指数的 MATLAB 程序<sup>[18-24]</sup>, 见

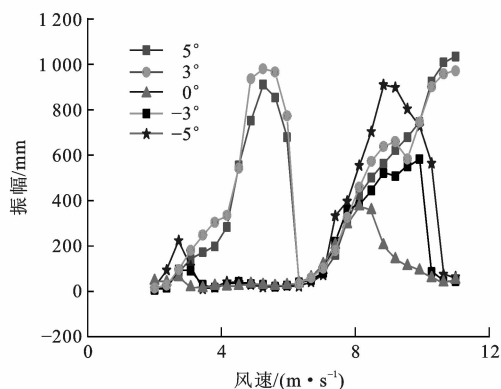


图 2 涡振试验中振幅与风速的关系

Fig. 2 Relationships between vortex vibration amplitudes and wind speeds in vortex vibration test

图 3。

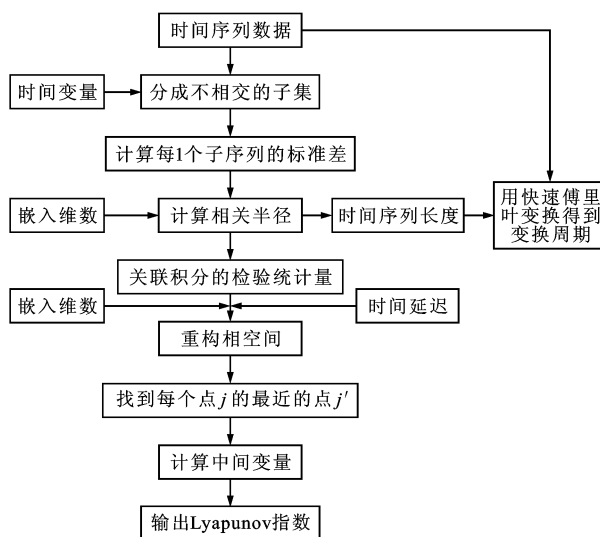


图 3 计算程序

Fig. 3 Calculation program

## 3 风致振动的混沌特性

### 3.1 颤振的混沌特性

#### 3.1.1 颤振的 Lyapunov 指数

在长安大学风洞实验室 CA-1 大气边界层风洞中进行虎门二桥节段模型颤振试验。节段模型的缩尺比为  $1:75$ 。

当风攻角分别为  $5^\circ, 3^\circ, 0^\circ, -3^\circ, -5^\circ$  时, 颤振时间序列的 Lyapunov 指数与风速的关系以及对对应风攻角的阻尼比分别见图 4~13。

当风速小于  $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时, Lyapunov 指数均小于 0, 即桥梁即使振动, 也处于稳定状态。当风速大于  $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  后, Lyapunov 指数越过了 0, 此时进入混沌运动状态。桥梁的风洞试验结果也证实颤振的临界风速约为  $15.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 风速即将达到颤振临

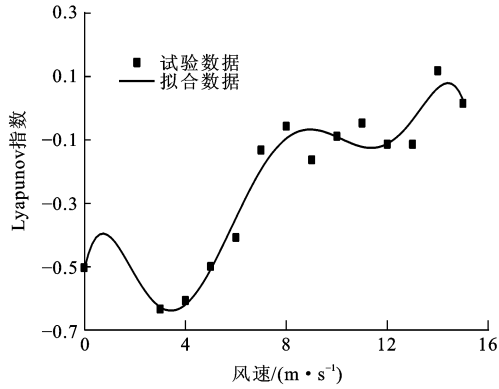


图4 颤振试验中5°风攻角的Lyapunov指数

Fig. 4 Lyapunov exponents at wind attack angle of 5° in flutter test

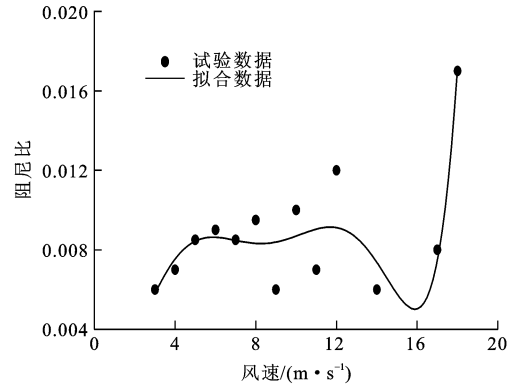


图7 颤振试验中3°风攻角的阻尼比

Fig. 7 Damping ratios at wind attack angle of 3° in flutter test

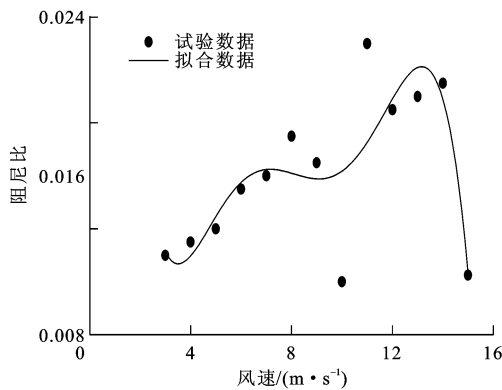


图5 颤振试验中5°风攻角的阻尼比

Fig. 5 Damping ratios at wind attack angle of 5° in flutter test

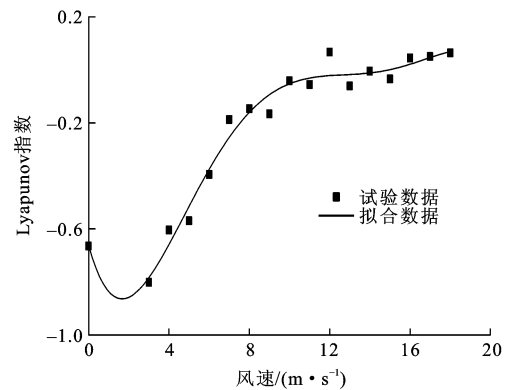


图8 颤振试验中0°风攻角的Lyapunov指数

Fig. 8 Lyapunov exponents at wind attack angle of 0° in flutter test

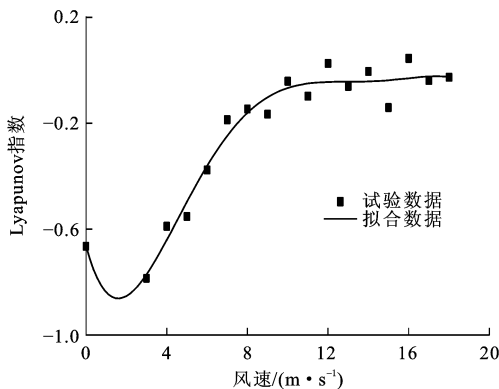


图6 颤振试验中3°风攻角的Lyapunov指数

Fig. 6 Lyapunov exponents at wind attack angle of 3° in flutter test

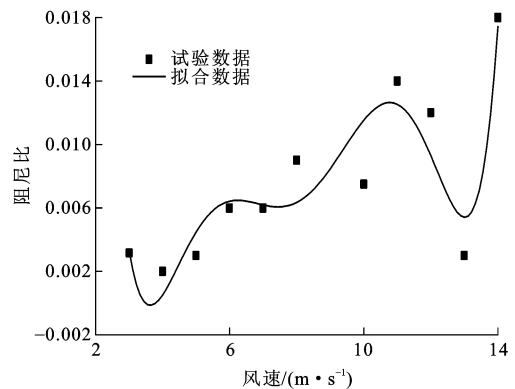
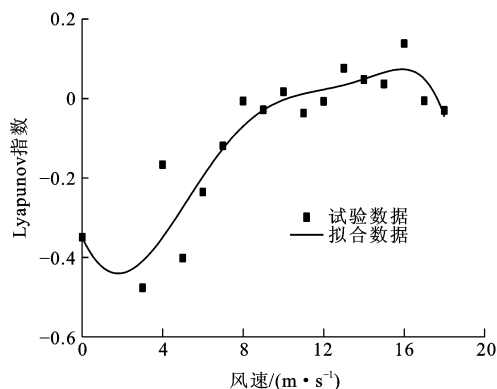
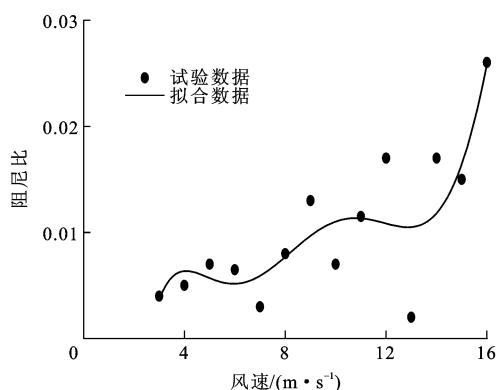
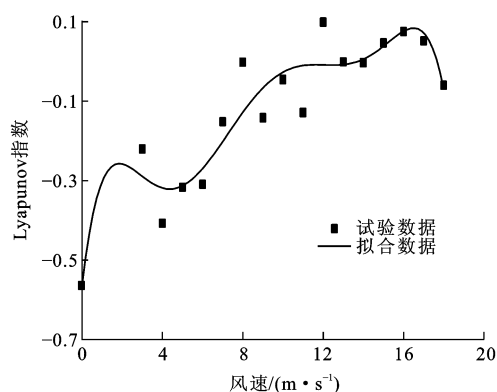


图9 颤振试验中0°风攻角的阻尼比

Fig. 9 Damping ratios at wind attack angle of 0° in flutter test

界风速时,时间序列已经属于混沌状态。当风速远低于颤振临界风速时, Lyapunov 指数小于 0, 表明桥梁处于稳定状态, 不会有颤振出现, 因此, 可以认为 Lyapunov 指数大于 0 意味着颤振将会发生, 而且 Lyapunov 指数随风速变化曲线越陡, 发生颤振的风速越低。

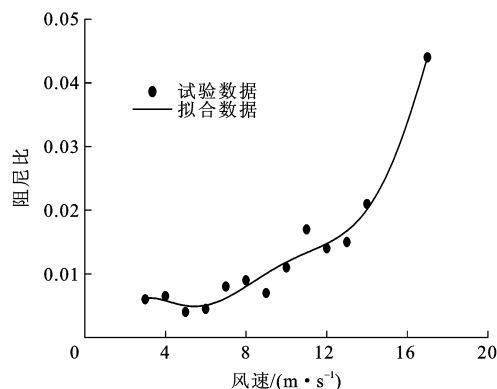
根据经典桥梁风工程理论, 当阻尼比小于 0 时, 说明结构振动的能量会一直增加, 振幅也一直增大, 因此, 可以作为判定桥梁颤振的标准。然而 Lyapunov 指数是用来评价动力系统发散或收敛的重要参数, 因此, 二者理论一定存在很大的相关性。图 4~13 中的 Lyapunov 指数曲线与阻尼比曲

图 10 颤振试验中 $-3^\circ$ 风攻角的 Lyapunov 指数Fig. 10 Lyapunov exponents at wind attack angle of  $-3^\circ$  in flutter test图 11 颤振试验中 $-3^\circ$ 风攻角的阻尼比Fig. 11 Damping ratios at wind attack angle of  $-3^\circ$  in flutter test图 12 颤振试验中 $-5^\circ$ 风攻角的 Lyapunov 指数Fig. 12 Lyapunov exponents at wind attack angle of  $-5^\circ$  in flutter test

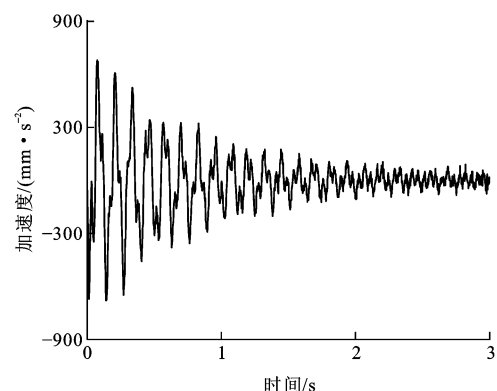
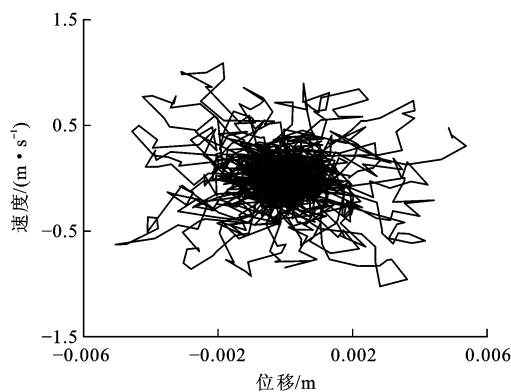
线的变化趋势相近,也说明二者之间的确存在必然联系。

### 3.1.2 颤振相空间特性

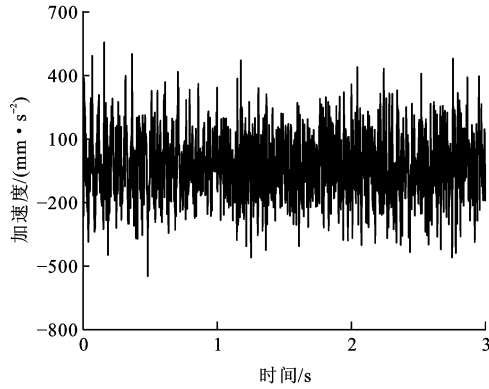
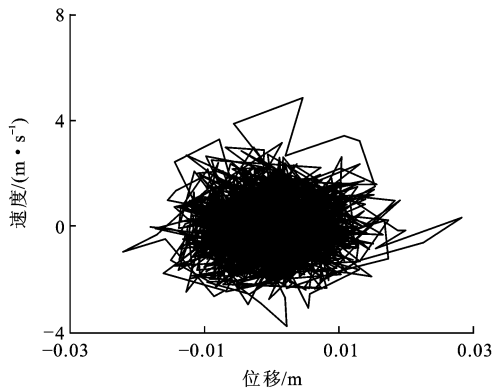
相空间可以进一步说明颤振时桥梁的混沌特性。相空间中每一个点都对应动力系统中的每一时刻的状态,因此,相空间能够充分、清晰地表示模型

图 13 颤振试验中 $-5^\circ$ 风攻角的阻尼比Fig. 13 Damping ratios at wind attack angle of  $-5^\circ$  in flutter test

在风洞试验中的真实振动状态,即每一时刻的位移和速度大小。当风攻角为 $5^\circ$ 且风速为 $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,桥梁未出现颤振,加速度时程见图 14,相空间见图 15。当风攻角为 $5^\circ$ 且风速为 $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,桥梁发生颤振,加速度时程见图 16,相空间见图 17。

图 14 颤振试验中风速为 $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时的加速度时程曲线Fig. 14 Acceleration time-history curve at wind speed of  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  in flutter test图 15 颤振试验中风速为 $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时的相空间Fig. 15 Phase space at wind speed of  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  in flutter test

当风速为 $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,振幅随时间逐渐衰减,相空间逐渐收缩,说明在试验过程中,振动是逐渐衰弱

图 16 颤振试验中风速为  $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时的加速度时程曲线Fig. 16 Acceleration time-history curve at wind speed of  $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  in flutter test图 17 颤振试验中风速为  $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  的相空间Fig. 17 Phase space at wind speed of  $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  in flutter test

的,因此,此时振动是稳定的。当风速为  $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时,振幅没有衰减,相空间也比未出现颤振时增大,说明在试验过程中,振动由衰弱逐渐变为了发散,此时处于颤振的临界状态。

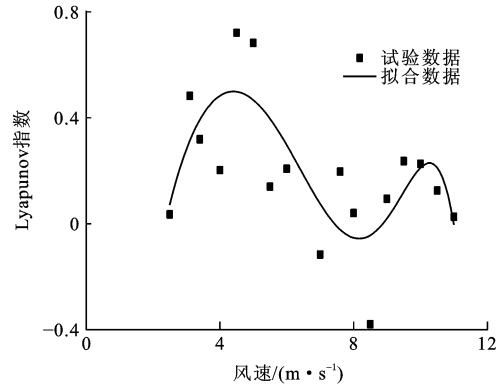
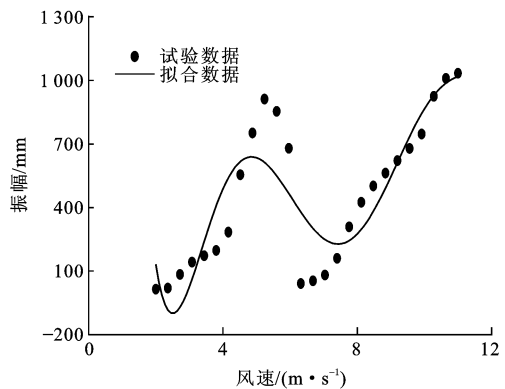
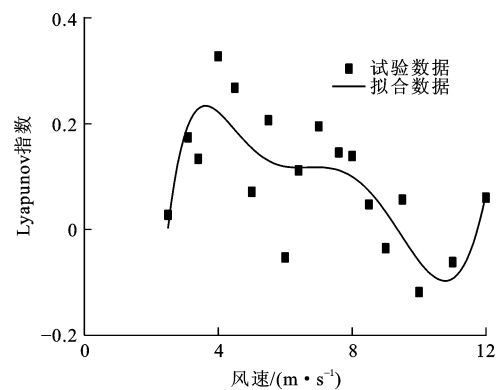
### 3.2 涡振的混沌特性

#### 3.2.1 涡振的 Lyapunov 指数

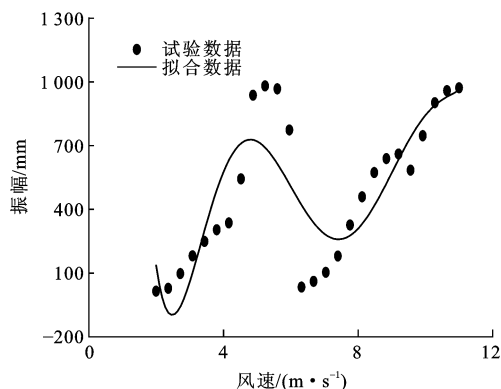
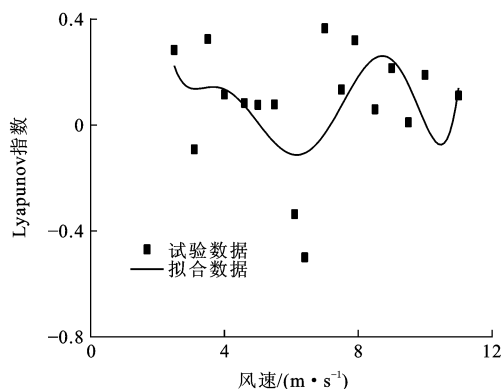
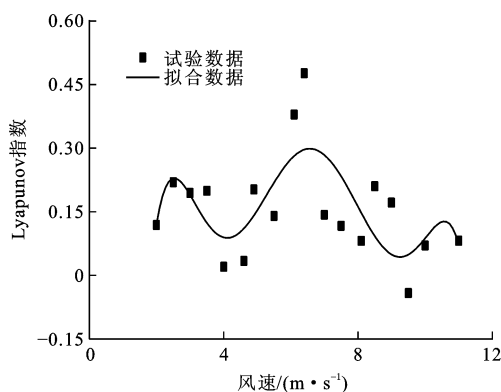
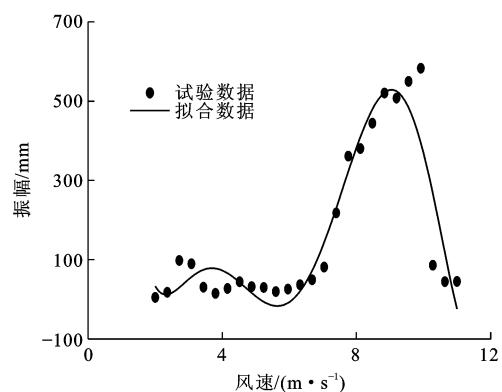
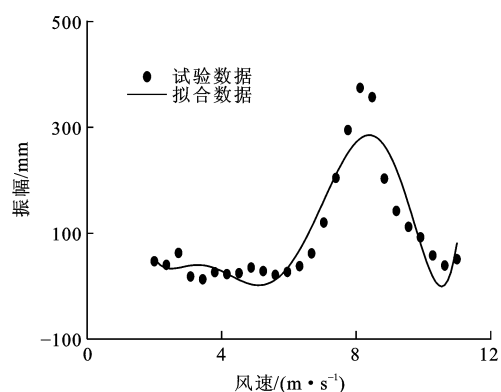
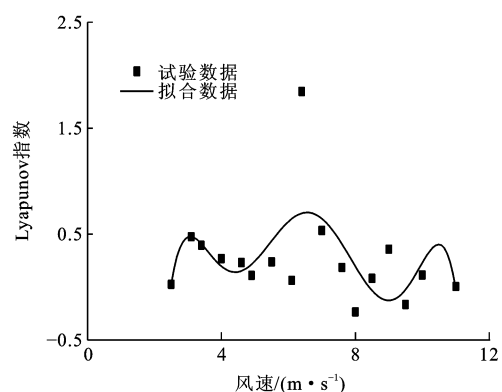
在长安大学风洞实验室 CA-1 大气边界层风洞中进行哇家滩黄河特大桥节段模型涡振试验。节段模型的缩尺比为  $1:45$ 。当风攻角分别为  $5^\circ$ 、 $3^\circ$ 、 $0^\circ$ 、 $-3^\circ$ 、 $-5^\circ$  时,涡振试验时间序列的 Lyapunov 指数与风速的关系以及对应风攻角下的涡振振幅与风速的关系分别见图 18~27。发生涡振时, Lyapunov 指数均大于等于 0, 所以桥梁发生涡振意味着时间序列的指数进入混沌状态。另外,即将发生涡振时,时间序列的 Lyapunov 指数已经大于 0, 或者徘徊于 0 附近,这预示着可以通过计算各种风速下时间序列的 Lyapunov 指数来预测涡振的发生。

#### 3.2.2 涡振的相空间特性

当风速为  $4.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时,加速度时程见图 28,相

图 18 涡振试验中  $5^\circ$  风攻角的 Lyapunov 指数Fig. 18 Lyapunov exponents at wind attack angle of  $5^\circ$  in vortex vibration test图 19 涡振试验中  $5^\circ$  风攻角的振幅Fig. 19 Amplitudes at wind attack angle of  $5^\circ$  in vortex vibration test图 20 涡振试验中  $3^\circ$  风攻角的 Lyapunov 指数Fig. 20 Lyapunov exponents at wind attack angle of  $3^\circ$  in vortex vibration test

空间见图 29,从中可以看出,振动频率并不单一,含有多种频率成分,是闭合的图形,但非圆。当风速为  $8.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时,加速度时程见图 30,相空间见图 31,从中可以看出频率很单一,其相空间图也是较为理想的圆。桥梁涡振是一种限幅振动,并不属于发散振动,因此,理想涡振的相空间是个理想的闭合圆,而涡

图 21 涡振试验中  $3^\circ$  风攻角的振幅Fig. 21 Amplitudes at wind attack angle of  $3^\circ$  in vortex vibration test图 24 涡振试验中  $-3^\circ$  风攻角的 Lyapunov 指数Fig. 24 Lyapunov exponents at wind attack angle of  $-3^\circ$  in vortex vibration test图 22 涡振试验中  $0^\circ$  风攻角的 Lyapunov 指数Fig. 22 Lyapunov exponents at wind attack angle of  $0^\circ$  in vortex vibration test图 25 涡振试验中  $-3^\circ$  风攻角的振幅Fig. 25 Amplitudes at wind attack angle of  $-3^\circ$  in vortex vibration test图 23 涡振试验中  $0^\circ$  风攻角的振幅Fig. 23 Amplitudes at wind attack angle of  $0^\circ$  in vortex vibration test图 26 涡振试验中  $-5^\circ$  风攻角的 Lyapunov 指数Fig. 26 Lyapunov exponents at wind attack angle of  $-5^\circ$  in vortex vibration test

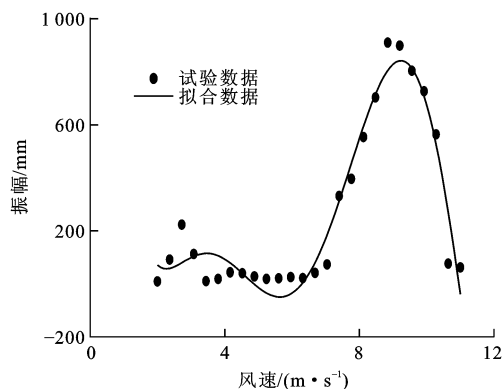
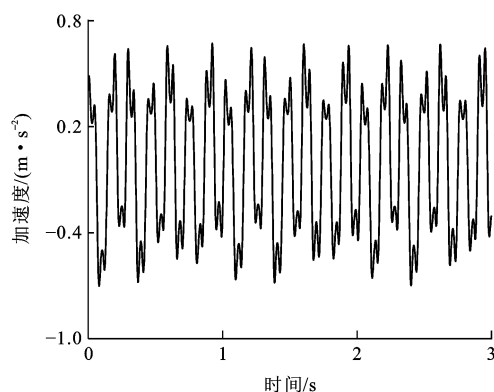
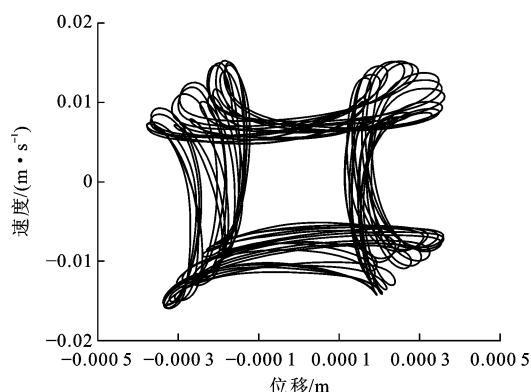
振即将发生或者没有发生时,其相空间不会是闭合圆,相空间也是可以用来判断涡振发生与否的一种方法。

## 4 结 语

本文对桥梁风致振动加速度时程序列的 Lyapunov 指数进行了深入的研究和探讨,当桥梁发

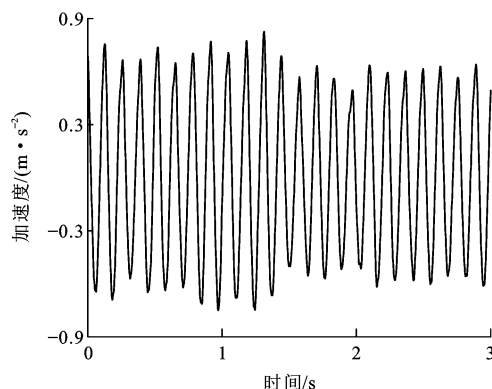
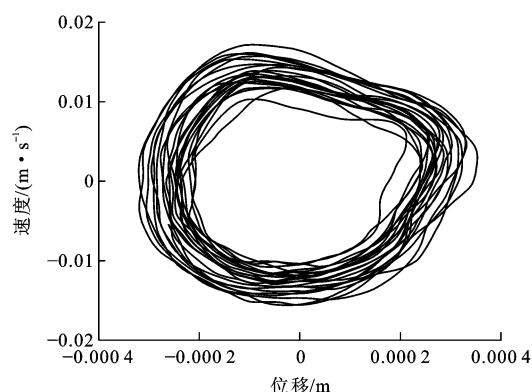
生涡振和颤振时,时间序列 Lyapunov 指数均大于 0,因此,涡振和颤振均属于混沌状态,并且颤振时间序列的 Lyapunov 指数随风速变化的趋势与阻尼比随风速变化的趋势有很大的相关性。另外,涡振或者颤振发生前后的相空间形状变化也很明显。

根据上述结论,可以由计算低风速下的 Lyapunov

图 27 涡振试验中 $-5^\circ$ 风攻角的振幅Fig. 27 Amplitudes at wind attack angle of  $-5^\circ$  in vortex vibration test图 28 涡振试验中风速为  $4.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时的加速度时程曲线Fig. 28 Acceleration time-history curve at wind speed of  $4.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  in vortex vibration test图 29 涡振试验中风速为  $4.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  的相空间Fig. 29 Phase space at wind speed of  $4.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  in vortex vibration test

指数预测高风速下的风致振动。除了 Lyapunov 指数之外,相空间图形也可以作为识别涡振或颤振发生与否的辅助手段。

本文判断了风致振动属于混沌现象,为下一步能够将混沌理论用于研究桥梁风致振动提供了基础条件,也为研究风致振动提供了更加广阔的思路。

图 30 涡振试验中风速为  $8.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时的加速度时程曲线Fig. 30 Acceleration time-history curve at wind speed of  $8.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  in vortex vibration test图 31 涡振试验中风速为  $8.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  的相空间Fig. 31 Phase space at wind speed of  $8.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  in vortex vibration test

在以后的研究中,关注时间序列的预测与混沌控制,不仅将会有利于探索风致振动的机理,而且还会提供更多的思路去寻找抑制振动的措施。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] 项海帆. 进入 21 世纪的桥梁风工程研究[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2002, 30(5): 529-532.  
XIANG Hai-fan. Study on bridge wind engineering into 21st century[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2002, 30(5): 529-532. (in Chinese)
- [2] OMENZETTER P. Sensitivity analysis of the eigenvalue problem for general dynamic systems with application to bridge deck flutter[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2012, 138(6): 675-682.
- [3] NIETO F. An analytical approach to sensitivity analysis of the flutter speed in bridges considering variable deck mass[J]. Advances in Engineering Software, 2011, 42(4): 117-129.
- [4] ARGENTINI T, PAGANI A, ROCCHI D, et al. Monte Carlo analysis of total damping and flutter speed of a long span bridge: effects of structural and aerodynamic uncertainties[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2014, 128(2):



- 90-104.
- [5] BRUSIANI F. On the evaluation of bridge deck flutter derivatives using RANS turbulence models[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2013, 119(1): 39-47.
- [6] 郭增伟, 葛耀君, 杨咏昕. 基于状态空间的桥梁颤振分析[J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2012, 40(11): 27-32.  
GUO Zeng-wei, GE Yao-jun, YANG Yong-xin. Flutter analysis of bridge based on state-space approach[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science Edition*, 2012, 40(11): 27-32. (in Chinese)
- [7] 辛大波, 欧进萍, 李惠, 等. 基于定常吸气方式的大跨桥梁风致颤振抑制方法[J]. *吉林大学学报: 工学版*, 2011, 41(5): 1273-1278.  
XIN Da-bo, OU Jin-ping, LI Hui, et al. Suppression method for wind-induced flutter of long-span bridge based on steady air-suction[J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, 2011, 41(5): 1273-1278. (in Chinese)
- [8] CASALOTTI A, ARENA A, LACARBONARA W. Mitigation of post-flutter oscillations in suspension bridges by hysteretic tuned mass dampers [J]. *Engineering Structures*, 2014, 69(2): 62-71.
- [9] 许福友, 林志兴, 李永宁, 等. 气动措施抑制桥梁涡振机理研究[J]. *振动与冲击*, 2010, 29(1): 73-76.  
XU Fu-you, LIN Zhi-xing, LI Yong-ning, et al. Research on vortex resonance depression mechanism of bridge deck with aerodynamic measures[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(1): 73-76. (in Chinese)
- [10] PATIL A. Mitigation of vortex-induced vibrations in bridges under conflicting objectives[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2011, 99(12): 1243-1252.
- [11] 李清都, 杨晓松. 基于拓扑马蹄的混沌动力学研究进展[J]. *动力学与控制学报*, 2012, 10(4): 293-298.  
LI Qing-du, YANG Xiao-song. Progresses on chaotic dynamics study with topological horseshoes[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2012, 10(4): 293-298. (in Chinese)
- [12] 何四祥. 混沌在结构工程中的应用研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.  
HE Si-xiang. Chaos in the application of structural engineering research[D]. Shanghai: Tongji University, 2007. (in Chinese)
- [13] HU Gao-ge, GAO She-sheng, GAO Bing-bing. Chaos control in Cournot-Puu model[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 494(1): 1189-1194.
- [14] POIREL D, PRICE S J. Random binary (coalescence) flutter of a two-dimensional linear airfoil[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2003, 18(1): 23-42.
- [15] 余宏波. 斜拉桥拉索风雨激振混沌特性应用研究[D]. 西安: 长安大学, 2012.  
YU Hong-bo. Application research on chaotic characteristics of wind-rain induced vibration of cables for the cable-stayed bridges[D]. Xi'an: Chang'an University, 2012. (in Chinese)
- [16] CARACOGIA L. An Euler-Monte Carlo algorithm assessing Moment Lyapunov Exponents for stochastic bridge flutter predictions[J]. *Computers and Structures*, 2013, 122(1): 65-77.
- [17] 张文胜, 崔志伟. 铁路客运专线特大桥沉降预测模型[J]. *交通运输工程学报*, 2011, 11(6): 31-36.  
ZHANG Wen-sheng, CUI Zhi-wei. Settlement prediction model of super large bridge for passenger dedicated railway[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2011, 11(6): 31-36. (in Chinese)
- [18] 李国辉, 周世平, 徐得名. 时间序列最大 Lyapunov 指数的计算[J]. *应用科学学报*, 2003, 21(2): 127-131.  
LI Guo-hui, ZHOU Shi-ping, XU De-ming. Computing the largest Lyapunov exponent from time series[J]. *Journal of Applied Sciences*, 2003, 21(2): 127-131. (in Chinese)
- [19] 郭增伟, 葛耀君. 桥梁自激励脉冲响应函数及颤振时域分析[J]. *中国公路学报*, 2013, 26(6): 103-109.  
GUO Zeng-wei, GE Yao-jun. Impulse response functions of self-excited force and flutter analysis in time domain for bridge[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2013, 26(6): 103-109. (in Chinese)
- [20] 管青海, 李加武, 刘建新. 典型箱梁断面双竖向涡振区的成因分析[J]. *长安大学学报: 自然科学版*, 2013, 33(4): 40-46.  
GUAN Qing-hai, LI Jia-wu, LIU Jian-xin. Investigation into formation of two lock-in districts of vertical vortex-induced vibration of a box bridge deck section [J]. *Journal of Chang'an University: Natural Science Edition*, 2013, 33(4): 40-46. (in Chinese)
- [21] 许论辉, 刘邦明. 城市交通信号控制与仿真[J]. *公路交通科技*, 2013, 30(9): 109-115.  
XU Lun-hui, LIU Bang-ming. Urban traffic signal control and simulation[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2013, 30(9): 109-115. (in Chinese)
- [22] 胡庆安, 乔云强, 刘建新. MSS62.5 移动模架造桥机风洞试验及抗风分析[J]. *筑路机械与施工机械化*, 2006, 23(10): 36-38.  
HU Qing-an, QIAO Yun-qiang, LIU Jian-xin. Wind tunnel test and anti-wind analysis for MSS62.5[J]. *Road Machinery and Construction Mechanization*, 2006, 23(10): 36-38. (in Chinese)
- [23] LIU Xiao-gang, FAN Jian-sheng, NIE Jian-guo, et al. Behavior of composite rigid frame bridge under bi-directional seismic excitations[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering: English Edition*, 2014, 1(1): 62-71.
- [24] FU Mei-zhen, LIU Yong-jian, LI Na, et al. Application of modern timber structure in short and medium span bridges in China[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering: English Edition*, 2014, 1(1): 72-80.