

文章编号:1671-1637(2013)03-0015-07

## 路面纹理的多重分形特征描述与识别方法

王维锋<sup>1,2,3</sup>, 严新平<sup>2</sup>, 肖旺新<sup>4</sup>, 初秀民<sup>2</sup>

(1. 江苏省交通规划设计院股份有限公司, 江苏 南京 210005; 2. 武汉理工大学 智能交通系统研究中心, 湖北 武汉 430063; 3. 中佛罗里达大学 土木环境与建筑工程系, 佛罗里达 奥兰多 32816; 4. 交通运输部公路科学研究院, 北京 100088)

**摘要:**应用多重分形理论验证了路面纹理的多尺度特性,研究了路面纹理多重分形谱的直接计算方法以及权重因子对计算结果的影响规律。测量了4组不同级配的沥青混凝土样块纹理高程值,利用小波变换消除噪声数据,分别计算各组样块纹理的多重分形谱参数,构建了一种应用多重分形谱描述与识别路面纹理特征的新方法。分析结果表明:路面纹理呈现出复杂性与自相似性特征,不同路面纹理之间的多重分形谱存在明显的差异性;路面纹理越复杂,高程波度越剧烈,多重分形谱参数越大,反之则越小;对于相同类型的路面纹理,多重分形谱形状和参数均相近。可见,多重分形是一种描述与识别路面纹理特征的有效方法。

**关键词:**路面工程;路面纹理;小波变换;多尺度分析;特征识别;多重分形特征

**中图分类号:**U416.217 **文献标志码:**A

## Approach of multifractal feature description and recognition for pavement texture

WANG Wei-feng<sup>1,2,3</sup>, YAN Xin-ping<sup>2</sup>, XIAO Wang-xin<sup>4</sup>, CHU Xiu-min<sup>2</sup>

(1. Jiangsu Province Communications Planning and Design Institute Company, Nanjing 210005, Jiangsu, China; 2. Intelligent Transportation Systems Research Center, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, Hubei, China; 3. Department of Civil, Environmental and Construction Engineering, University of Central Florida, Orlando 32816, Florida, USA; 4. Research Institute of Highway of Ministry of Transport, Beijing 100088, China)

**Abstract:** Multifractal theory was applied to justify the multi-scale characteristic of pavement texture. The direct computational approach of multifractal spectra was explored, and the effect of weighted factor on multifractal spectra computational result was studied. Four types of asphalt sample pavement texture heights were measured, and eliminating noises were processed by using wavelet transform. The parameters of multifractal spectra for each sample pavement texture were computed, and a novel approach to describe and characterize pavement texture feature was proposed based on multifractal spectra. Analysis result shows that pavement texture has the features of complexity and self-similarity, and the multifractal spectra of different pavement textures obviously vary. The more complex the pavement texture is, the more fluctuant the heights are, the larger the parameter values of multifractal spectra are, and vice versa. The same types of pavement textures have approximate multifractal shapes and parameters. So multifractal is an effective approach to describe and characterize pavement texture feature. 1 tab, 9 figs, 19 refs.

收稿日期:2012-12-18

基金项目:国家自然科学基金项目(51208394,50978127)

作者简介:王维锋(1979-),男,湖北京山人,江苏省交通规划设计院股份有限公司工程师,工学博士,从事智能交通系统工程研究。

**Key words:** pavement engineering; pavement texture; wavelet transform; multi-scale analysis; feature recognition; multifractal feature

**Author resume:** WANG Wei-feng(1979-), male, engineer, PhD, +86-25-84202066, wangweifeng100@126.com.

## 0 引 言

路面抗滑性能是影响行车安全性的核心因素之一,其好坏取决于路面纹理特征<sup>[1-2]</sup>。美国材料与试验协会(ASTM)以及国际标准化组织(ISO)将影响抗滑性能的路面纹理分为微观纹理和宏观纹理<sup>[3-4]</sup>。其中,微观纹理的波长小于 0.5 mm,主要提供轮胎-路面之间的附着作用,并影响低速下的路面抗滑性能;宏观纹理的波长介于 0.5~50 mm 之间,主要保证轮胎与路面之间的滞后作用,并影响高速下的路面抗滑与排水性能<sup>[3-4]</sup>。根据 Ergun 等的研究论述,常用的表征路面纹理的参数主要分为两类:垂直方向参数,包括算术平均偏差、均方根偏差和平均构造深度等;水平方向参数,包括平均波长和均方根波长等<sup>[5-6]</sup>。但是,有研究表明路面纹理具有复杂性和自相似性的分形特征,上述单一参数并不能揭示出这一特征。于是,Kokkalis 等提出采用单重分形维数表征路面纹理,其研究结果显示,不同的路面纹理具有不同的分形维数,且路面抗滑性能随着纹理分形维数的增大而提高<sup>[7-11]</sup>。然而,Loehle 等研究表明,单重分形维数只能反映分形物体的整体特征,而缺乏对其局部奇异性的刻画<sup>[12]</sup>;Voss 进一步指出,在某些情况下,有明显差异的纹理可能具有相近的单重分形维数<sup>[13]</sup>。事实上,路面纹理具有高度的非线性和复杂性,只有通过分辨纹理局部特征才能有效描述路面纹理。作为单重分形理论的发展,多重分形理论从物理统计学的角度较好地揭示了自然界普遍存在的分形物体特征。目前,多重分形理论已经在物理和化学结构定量分析、古生物学头骨特征分析、流体力学紊流分析以及地质学岩土结构分析等领域得到广泛应用,但是尚未见到多重分形理论用于路面纹理特征分析的文献。本文拟采用多重分形理论,研究多重分形谱的直接计算方法以及权重因子对计算结果的影响规律,通过对比分析多种路面纹理的多重分形谱参数,构建一种应用多重分形谱描述与识别路面纹理特征的新方法。

## 1 理论方法

单重分形理论首先由 Mandelbrot 提出,并被用

于描述物体的自相似性和复杂性特征<sup>[14]</sup>,由此发展而来的多重分形则提供了一种从局部分析物体奇异性现象的定量方法<sup>[15]</sup>。对于沿纵断面的路面纹理高程信号而言,采用尺度为  $L$  的盒子对其进行覆盖,记  $H_i(L)$  为该尺度下第  $i$  个盒子内的所有高程数据之和,定义概率测度为

$$P_i(L) = H_i(L) / \sum_{i=1}^{N(L)} H_i(L) \quad (1)$$

式中: $N(L)$ 为在尺度  $L$  下的覆盖信号的盒子总数。

式(1)描述了一种定义在分形结构上的概率分布。在无标度区域内,概率测度组成的一系列子集满足的幂函数关系为

$$P_i(L) \propto L^{\alpha_i} \quad (2)$$

式中: $\alpha_i$ 为 Lipschitz-Holder 指数或奇异强度,它反映了局部区域内概率子集的分布特征,而且在分形曲线上它是有界的,即有最大值  $\alpha_{\max}$  和最小值  $\alpha_{\min}$ ;  $\propto$ 表示正比于。研究发现,某些区域内的  $\alpha_i$  是相似的,且位于  $\alpha$  和  $\alpha + d\alpha$  之间的概率测度为  $P_i(L)$  的盒子数  $N(\alpha)$  与尺度  $L$  存在标度关系,即

$$N(\alpha) \propto L^{-f(\alpha)} \quad (3)$$

式中: $f(\alpha)$ 为奇异强度为  $\alpha$  的子集的分形维数。

$f(\alpha)$ 和  $\alpha$  构成的函数关系被定义为多重分形谱或奇异谱。为得到多重分形谱,定义一定尺度  $L$  和  $q$  阶矩下的配分函数为

$$\chi_q(L) = \sum_{i=1}^{N(L)} [P_i(L)]^q = L^{\tau(q)} \quad (4)$$

式中: $\tau(q)$ 为  $q$  阶矩的质量指数, $q$  也表示每个盒子的权重因子。当  $q \geq 1$  时,概率测度的高值对配分函数起主导作用,当  $q < 1$  时,概率测度的低值对配分函数的贡献占优势,配分函数实际上给出了概率测度的另一种分布形式。如果  $\chi_q(L)$  和  $L$  在双对数坐标图上呈现出一组斜率不等的近似直线或者  $\tau(q)$  是  $q$  的凸曲线函数,则被研究对象具有多重分形特征。

通常情况下,分形谱可由 Legendre 变换得到,也可以通过式(2)、(3)计算得到,但是为了提高计算精度,Chhabra 等提出了一套直接计算多重分形谱的方法<sup>[16-17]</sup>,首先定义正交化的函数族为

$$\mu_i(q, L) = \frac{[P_i(L)]^q}{\sum_{i=1}^{N(L)} [P_i(L)]^q} \quad (5)$$

多重分形谱为

$$\begin{cases} \alpha(q) = \lim_{L \rightarrow 0} \frac{A}{\ln(L)} \\ f(q) = \lim_{L \rightarrow 0} \frac{B}{\ln(L)} \end{cases} \quad (6)$$

$$A = \sum_{i=1}^{N(L)} \mu_i(q, L) \ln[P_i(L)]$$

$$B = \sum_{i=1}^{N(L)} \mu_i(q, L) \ln[\mu_i(q, L)]$$

式中:  $\alpha(q)$  为自变量为  $q$  的奇异强度。

式(6)表明,  $f(\alpha)$  和  $\alpha$  分别是  $q$  的隐函数, 通常,  $f(\alpha)$  是一条单峰凸曲线。多重分形谱的常用参数有: 分形谱宽度  $\Delta\alpha$  为  $\alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ , 表征了分形结构上概率测度分布的不均匀性程度, 可以反映路面纹理高程信号的波动性, 即  $\Delta\alpha$  越大, 则路面纹理波动越剧烈, 反之亦然; 最大、最小概率子集分形维数的差别  $\Delta f$  为  $f(\alpha_{\min}) - f(\alpha_{\max})$ , 表征了子集中元素个数在最大、最小处的比例, 可以反映路面纹理高程信号的大、小峰值分布, 其中,  $\Delta f > 0$  说明路面纹理信号最高峰值出现的次数多于最小峰值出现的次数, 且  $\Delta f$  越大, 路面纹理的尖锐程度越高, 反之亦然, 因此,  $\Delta\alpha$  和  $\Delta f$  能综合反映路面纹理的粗糙程度和复杂程度。

## 2 试验研究

### 2.1 数据

选择采用4种不同级配设计方法铺筑的沥青混凝土路面进行钻芯取样。第1组为密级配沥青混凝土路面样块, 见图1(a)~(d), 最大公称粒径分别为5、10、13、16 mm; 第2组为高性能沥青路面样块, 见图1(e)、(f), 最大公称粒径均为12.5 mm; 第3组为开级配沥青磨耗层路面样块, 见图1(g)、(h), 最大公称粒径均为13 mm; 第4组为沥青玛蹄脂碎石路面样块, 见图1(i)、(j), 最大公称粒径均为13 mm。

采用自主开发的路面构造深度测试装置采集路面纹理高程数据, 该装置中激光测距仪的采样频率为32 Hz, 分辨率为0.032 mm, 测量范围为128 mm<sup>[18]</sup>, 采集到的路面高程原始数据见图2(a)。考虑到电磁干扰和振动会产生噪声信号, 而小波变换在去噪方面具有明显优势, 所以本文采用db3小波对原始数据进行滤波, 得到的第3层细节信号和逼近信号分别见图2(b)、(c)。

### 2.2 多重分形特征验证

为了说明多重分形理论用于研究路面纹理特征

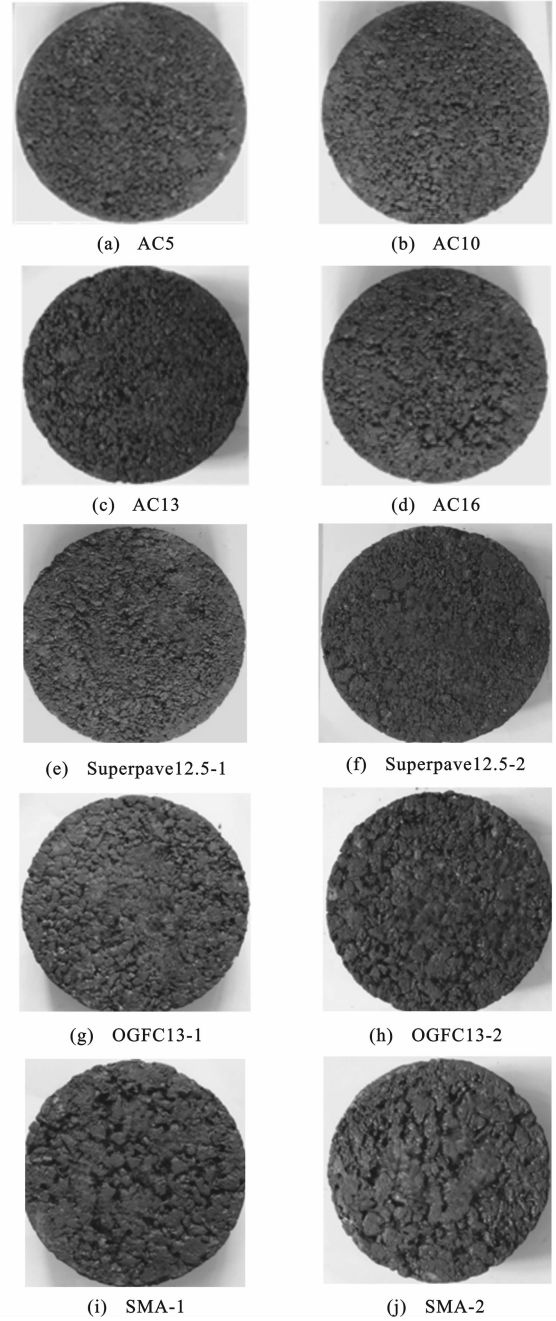


图1 不同类型的4组沥青路面样块

Fig. 1 Four types of asphalt pavement samples

的适用性, 首先验证所采集的样块表面纹理确实具有多重分形特征。根据纹理高程数据计算配分函数和质量指数, 结果见图3、4。图3表明, 对于给定的  $q$  值,  $\ln[\chi_q(L)]$  和  $\ln(L)$  近似呈一条直线关系, 这说明被研究对象具有分形标度特征; 对于不同的  $q$  值, 各直线间的斜率不相等, 这说明被研究对象具有多标度特征; 随着  $q$  值减小, 直线间的距离依次增大, 当  $q \geq -1$  时, 二者的线性关系明显, 当  $q < -1$  时, 二者的线性关系逐渐减弱, 这是因为负阶矩将放大

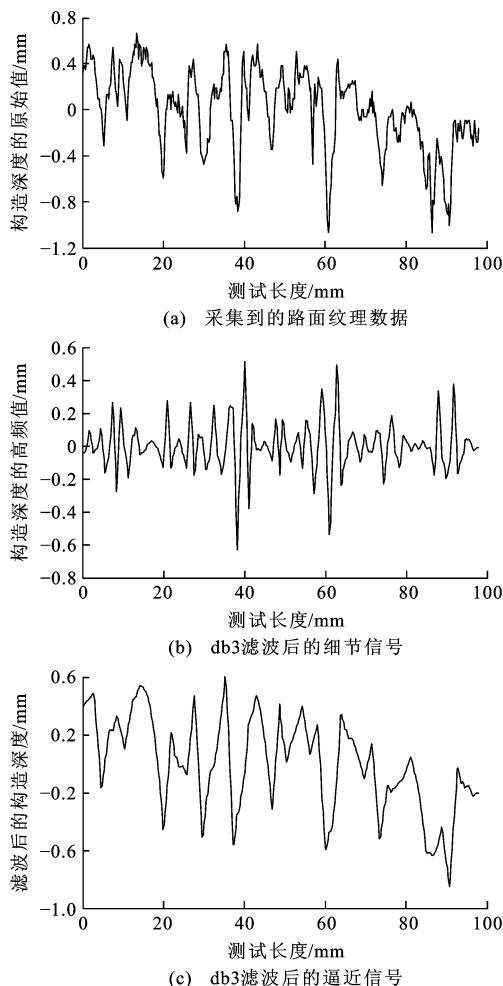
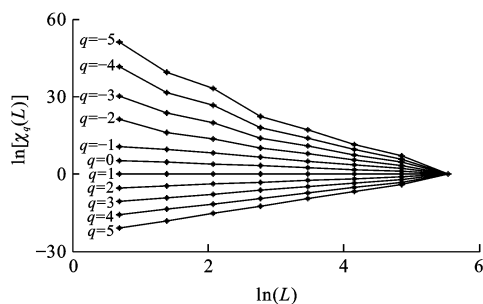


图2 基于小波变换的样块表面高程数据滤波

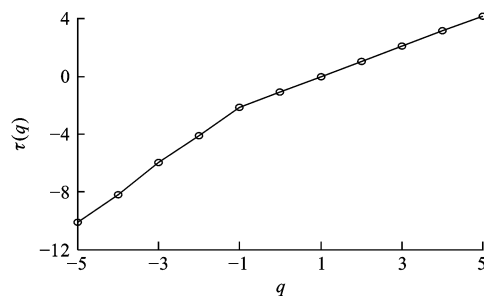
Fig. 2 Eliminating noises of profile heights using wavelet transformation

路面纹理高程信号的小误差。图4表明,  $\tau(q)$  与  $q$  呈凸曲线函数关系。可见, 所研究的沥青样块表面确实具有多重分形特征, 因而能够运用多重分形理论描述路面纹理特征。

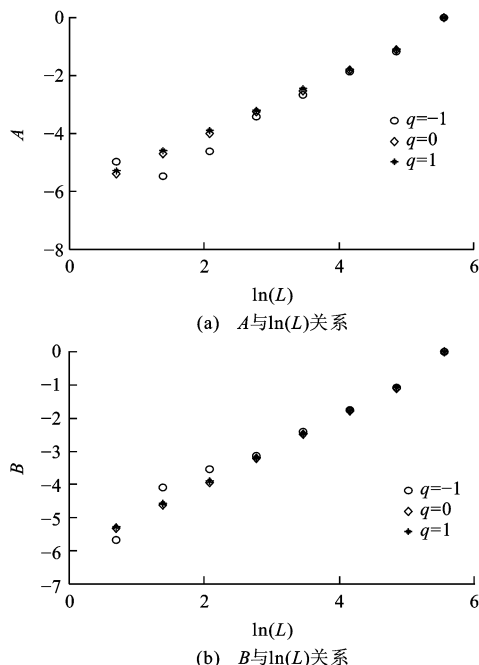
图3  $\chi_q(L)$  与  $L$  的关系Fig. 3 Relationship between  $\chi_q(L)$  and  $L$ 

### 2.3 权重因子 $q$ 的影响

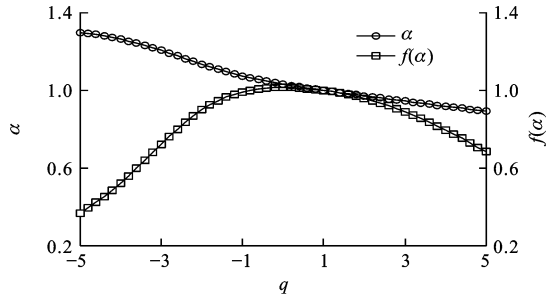
配分函数是计算多重分形谱的基础, 从式(4)可以发现, 权重因子  $q$  的最大取值范围直接影响配分

图4  $\tau(q)$  随  $q$  的变化曲线Fig. 4 Change curve of  $\tau(q)$  with  $q$ 

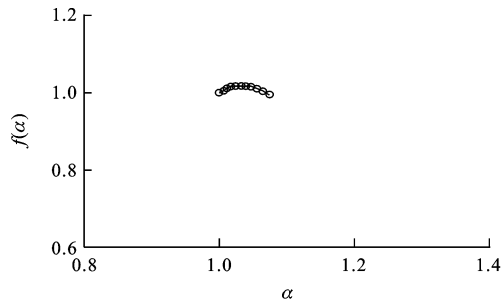
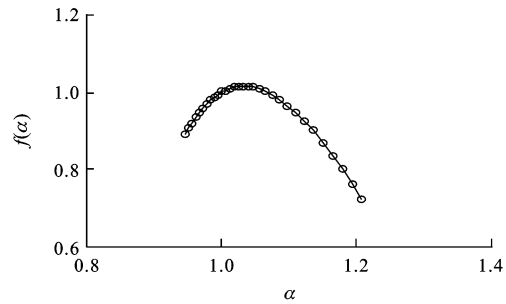
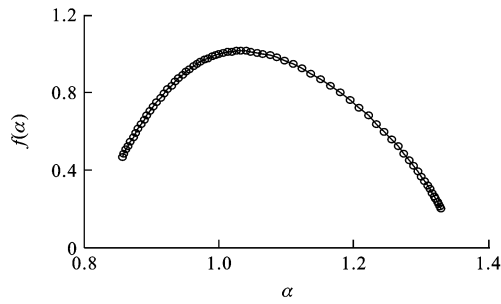
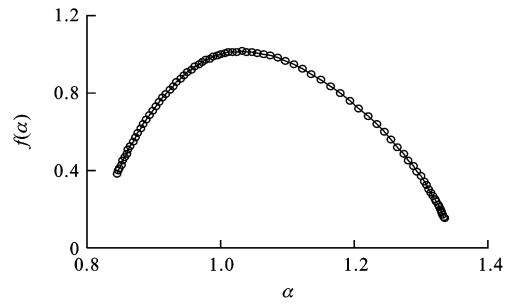
函数的计算结果。从式(6)可以发现,  $f(\alpha)$  和  $\alpha$  均与  $q$  存在密切关系, 从理论上讲, 对于某一固定的  $q$  值而言, 式(6)中分式的分母与分子之间应该有良好的线性关系, 见图5, 二者拟合的直线斜率即为对应于该  $q$  值下的  $\alpha$  和  $f(\alpha)$ , 如果改变  $q$  值后导致这种线性关系急剧下降, 则多重分形谱计算结果的可靠度将降低。进一步的计算发现: 当  $q < 0$  时,  $f(\alpha)$  是  $q$  的递增函数; 当  $q > 0$  时,  $f(\alpha)$  是  $q$  的递减函数; 当  $q = 0$  时,  $f(\alpha)$  取得最大值;  $\alpha$  是  $q$  的递减函数, 且  $\alpha$  曲线的两端呈平缓变化趋势, 见图6;  $q$  的取值范围值越大,  $\Delta\alpha$  值也越大。

图5  $A$ 、 $B$  与  $\ln(L)$  的关系Fig. 5 Relationships among  $A$ ,  $B$  and  $\ln(L)$ 

$q$  的理论取值位于  $-\infty$  和  $+\infty$  之间, 但是, 过大的  $q$  值会增大计算多重分形谱的复杂程度, 而且当  $q$  超过一定值后, 计算结果的变化将不再明显。多重分形谱随  $q$  取值范围变化见图7, 当  $q$  的最大取值位于  $-8 \sim 8$  之间时, 多重分形谱趋于稳定。实际

图6  $f(\alpha)$ 和 $\alpha$ 随 $q$ 值变化曲线Fig. 6 Change curves of  $f(\alpha)$  and  $\alpha$  with  $q$  values

上,由小范围 $q$ 值计算得到的多重分形谱为大范围 $q$ 值下多重分形谱的子集,只有稳定的多重分形谱

(a)  $q$ 为 $[-1, 1]$ (b)  $q$ 为 $[-3, 3]$ (c)  $q$ 为 $[-7, 7]$ (d)  $q$ 为 $[-8, 8]$ 图7  $q$ 取值范围对计算多重分形谱的影响Fig. 7 Influences of  $q$  ranges on computational multifractal spectra

## 2.4 结果分析

4种级配类型样块表面纹理的分形谱见图8,从中可以发现,4组样块的多重分形谱形状存在差别。图8(a)表明,对于沥青混凝土路面,随着集料最大公称粒径的增大,多重分形谱的宽度逐渐增大,这说明表面纹理的起伏程度加剧。图8(b)~(d)表明,对于不同类型的路面,尽管集料最大公称直径大小相近,但是其多重分形谱的形状不同,这说明材料的级配组成和施工工艺对路面纹理的粗糙度有影响;此外,同一类型路面的两样本之间的多重分形谱具有相似性,这说明路面在多重分形特征上具有聚类性。为了定量分析路面多重分形特征,分别计算出4组样块表面纹理的多重分形谱参数(表1), $\Delta\alpha$ 、 $\Delta f$ 随样块类型的变化见图9,从表1和图9中可得如

才能完全刻画被研究对象的奇异特征。注意到, $q$ 是以距表示方法反映路面纹理高程的概率测度分布, $q$ 取值范围与沥青混凝土路面类型相关,对于粗糙的沥青混凝土路面而言, $q$ 可选择较小的取值范围,对于密级配的沥青混凝土路面而言, $q$ 可选择较大的取值范围,且对于不同类型的路面而言, $\Delta\alpha$ 、 $\Delta f$ 随着 $q$ 的取值范围增大而变大,最后趋于稳定值,因此,如何确定合理的 $q$ 取值区间是计算多重分形谱的核心问题之一。有研究指出,当 $q$ 每改变1时,如果 $\Delta\alpha$ 的变化率小于0.2%,那么该 $q$ 值即为其最大取值范围<sup>[19]</sup>,本文将按照该方法确定 $q$ 的取值范围。

下结论。

(1)对第1组样块: $\Delta\alpha$ 值相对较小,这是因为该组样块均属于密实型沥青混凝土结构,其矿料级配按最大密实原则设计,并采用连续性级配,且空隙率小,所以表面纹理波动平缓; $\Delta f$ 值也相对较小,说明表面纹理深度的最大峰值概率较小,因而路面的尖锐度较小,由此可以推断路面的抗滑性能较差。随着最大公称粒径从AC5、AC10、AC13到AC16依次增加, $\Delta\alpha$ 值和 $\Delta f$ 值呈上升趋势,可见,集料的最大公称粒径也有可能增加了路面的不均匀程度。

(2)对第2、3、4组样块之间:虽然集料最大公称粒径相近,但是OGFC13和SMA13的 $\Delta\alpha$ 值和 $\Delta f$ 值均大于Superpave12.5的 $\Delta\alpha$ 值和 $\Delta f$ 值,说明级配组成为OGFC13和SMA13的沥青路面纹理的粗

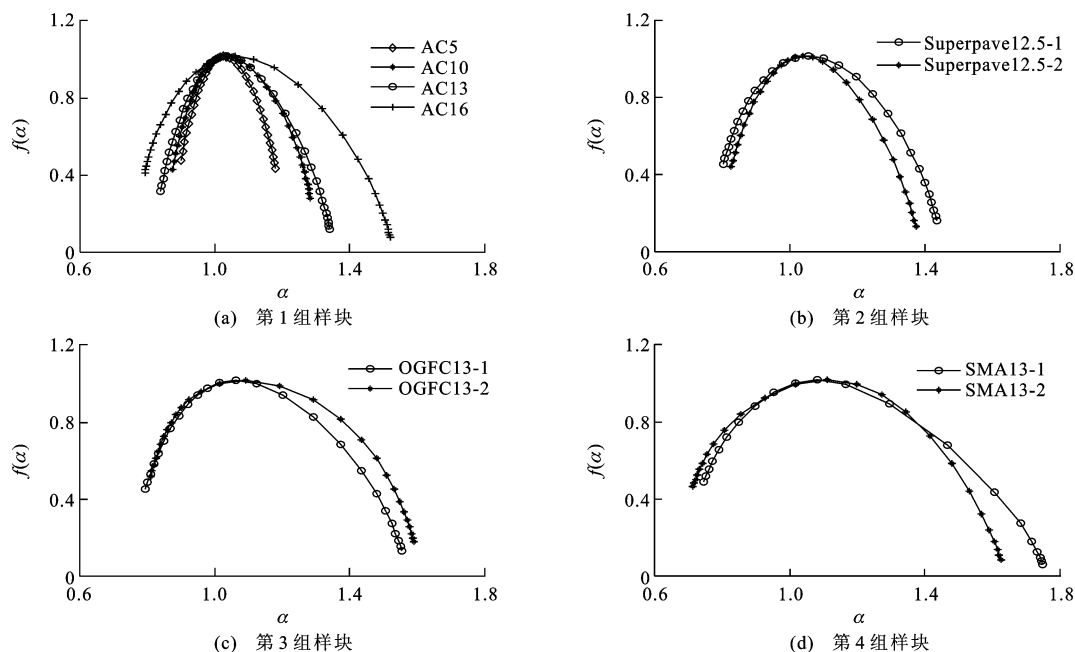
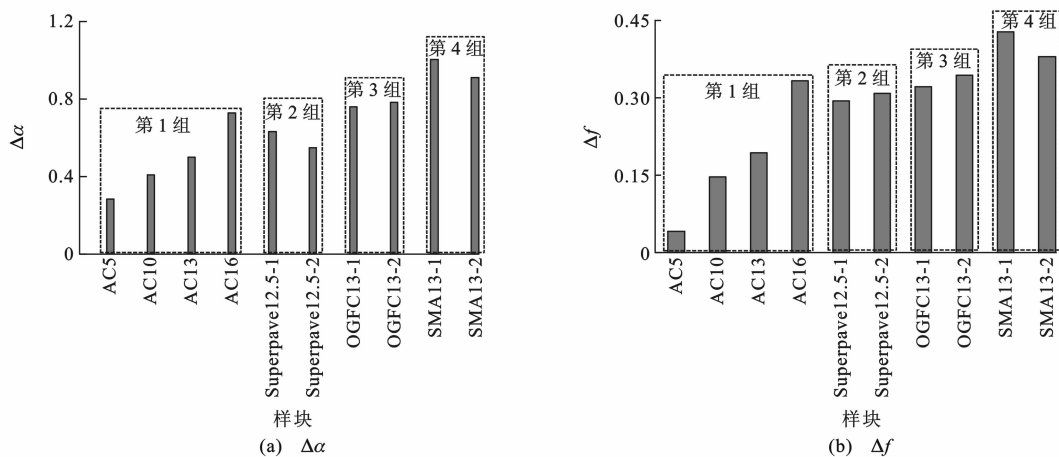


图8 样块表面纹理的多重分形谱

Fig. 8 Multifractal spectra of sample surface textures

图9 不同类型样块  $\Delta\alpha$  与  $\Delta f$  的变化Fig. 9 Changes of  $\Delta\alpha$  and  $\Delta f$  for different samples

糙度和尖锐程度高,由此可以推断其抗滑性能好。

这3组样块的材料级配组成和施工工艺不同导致了上述结果,其中 Superpave12.5 的最大公称粒径略小,路面集料较密实,因而其表面纹理相对平缓;OGFC13 的级配为开级配,其表层空隙率为15%~22%,因而加剧了表面纹理的振动程度( $\Delta\alpha$ 值和 $\Delta f$ 值均较大),从而可有效提高路面抗滑性能,此外,大的空隙率提高了路面排水性能,所以该种纹理的路面能保证雨天抗滑性能的稳定性,特别适用于高等级道路表层;SMA13 选用坚韧、粗糙、有棱角的优质石料组成粗集料,并由沥青、矿粉、纤维稳定剂及少量细集料组成的沥青玛蹄脂结合料充填于间断级配的粗集料碎石骨架的间隙而形成,因而

其表面结构复杂,集料空隙大,导致了该路面的不均匀程度较高( $\Delta\alpha$ 值和 $\Delta f$ 值均较大),这使得其抗滑性能很高,而且集料骨架嵌挤作用增强了纹理的耐磨性,其抗滑性能的稳定性也较好,因而 SMA13 常用于高速公路表层。

(3)对第2、3、4组样块内部:每组样块中的2个样本均具有相近的 $\Delta\alpha$ 值和 $\Delta f$ 值,这说明多重分形谱能够稳定描述路面纹理特征,同时结合上述结论,可以得出多重分形谱可有效用于路面纹理特征识别。

### 3 结 语

传统的分析方法未能准确揭示路面局部纹理的不规则性和自相似性,本文提出了一种更为精细化

表 1 多重分形谱参数  
Tab. 1 Parameters of multifractal spectra

组别	样块	$q$ 范围	$\alpha_{\min}$	$\alpha_{\max}$	$\Delta\alpha$	$f(\alpha_{\min})$	$f(\alpha_{\max})$	$\Delta f$
1	AC5	$[-9,9]$	0.898	1.181	0.283	0.476	0.435	0.041
	AC10	$[-9,9]$	0.874	1.283	0.409	0.426	0.279	0.147
	AC13	$[-9,9]$	0.838	1.339	0.501	0.313	0.119	0.194
	AC16	$[-8,8]$	0.791	1.519	0.728	0.409	0.075	0.334
2	Superpave12.5-1	$[-7,7]$	0.803	1.436	0.633	0.455	0.161	0.294
	Superpave12.5-2	$[-7,7]$	0.825	1.373	0.548	0.441	0.132	0.309
3	OGFC13-1	$[-6,6]$	0.793	1.554	0.761	0.451	0.129	0.322
	OGFC13-2	$[-7,7]$	0.808	1.591	0.783	0.518	0.174	0.344
4	SMA13-1	$[-5,5]$	0.744	1.749	1.005	0.487	0.059	0.428
	SMA13-2	$[-6,6]$	0.713	1.624	0.911	0.462	0.081	0.381

的路面纹理特征描述方法,并给出了多重分形特征的验证过程,分析了多重分形谱影响因素及其求解思路。试验研究表明,路面纹理确实具有多重分形特征,路面局部纹理呈现出不同的奇异强度,不同材料和级配组成的路面纹理具有不同的多重分形特征。本文为研究路面纹理特征指出了一个新方向,其研究成果尚处于探索阶段,还需在后续工作中进一步完善。

参考文献:

References:

[1] ASI I M. Evaluation skid resistance of different asphalt concrete mixes[J]. Building and Environment, 2007, 42(1): 325-329.

[2] MAYORA J M P, PINA R J. An assessment of the skid resistance effect on traffic safety under wet-pavement conditions[J]. Accident Analysis and Prevention, 2009, 41(4): 881-886.

[3] ASTM E274/E274M-11, standard test method for skid resistance of paved surface using full-scale tire[S].

[4] ISO 13473-1: 1997, characterization of pavement texture by use of surface profiles—part I: determination of mean profile depth[S].

[5] ERGUN M, LYINAM S, LYINAM A F. Prediction of road surface friction coefficient using only macro and microtexture measurements[J]. Journal of Transportation Engineering, 2005, 131(4): 311-319.

[6] 初秀民,李永,严新平,等.基于微观形貌特征的沥青路面抗滑性能评价研究进展[J].交通与计算机,2007,25(1):61-65. CHU Xiu-min, LI Yong, YAN Xin-ping, et al. Development of skid resistance evaluation based on asphalt pavement microtexture[J]. Computer and Communications, 2007, 25(1): 61-65. (in Chinese)

[7] KOKKALIS A G, TSOHOS G H, PANAGOULI O K. Consideration of fractals potential in pavement skid resistance evaluation[J]. Journal of Transportation Engineering, 2002, 128(6): 591-595.

[8] KOKKALIS A G, PANAGOULI O K. Fractal evaluation of

pavement skid resistance variations. I: surface wetting[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 1998, 9(11): 1875-1890.

[9] KOKKALIS A G, PANAGOULI O K. Fractal evaluation of pavement skid resistance variations. II: surface wear[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 1998, 9(11): 1891-1899.

[10] PANAGOULI O K, KOKKALIS A G. Skid resistance and fractal structure of pavement surface[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 1998, 9(3): 493-505.

[11] VALLEJO L E. Fractal assessment of the surface texture of pavements[J]. International Journal of Pavement Engineering, 2001, 2(2): 149-156.

[12] LOEHLE C, LI B L. Statistical properties of ecologic and geologic fractals[J]. Ecological Modelling, 1996, 85(2/3): 271-284.

[13] VOSS R F. Random fractals: characterization and measurement[R]. New York: Plenum, 1985.

[14] MANDELBROT B B. How long is the coast of Britain? statistical self-similarity and fractional dimension[J]. Science, 1967, 156(3775): 636-638.

[15] STANLEY H E, MEAKIN P. Multifractal phenomena in physics and chemistry[J]. Nature, 1988, 335: 405-409.

[16] CHHABRA A B, MENEVEAU C, JENSEN R V, et al. Direct determination of the  $f(\alpha)$  singularity spectrum and its application to fully developed turbulence[J]. Physical Review A, 1989, 40(9): 5284-5294.

[17] POSADAS A N D, GIMENEZ D, QUIROZ R, et al. Multifractal characterization of soil pore systems[J]. Soil Science Society of America Journal, 2003, 67(5): 1361-1369.

[18] WANG Wei-feng, YAN Xin-ping, HUANG He-lai, et al. Design and verification of a laser based device for pavement macrotexture measuerment[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2011, 19(4): 682-694.

[19] 孙霞,傅竹西,吴自勤.薄膜生长的多重分形谱的计算[J].计算物理,2001,18(3):247-252. SUN Xia, FU Zhu-xi, WU Zi-qin. Multifractal calculation of thin film growth[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2001, 18(3): 247-252. (in Chinese)