文章编号:1671-1637(2012)05-0072-07

道路网单向交通优化设计模型

杨忠振1,邬珊华1,罗红红2,焦新龙3

(1. 大连海事大学 交通运输管理学院,辽宁 大连 116026;2. 中国科学技术信息研究所,北京 100038; 3. 宁波工程学院 交通与物流学院,浙江 宁波 315211)

摘 要:为了提高道路网的通行能力和服务水平,提出了单向交通组织的双层规划模型。上层模型的目标函数为最小总走行时间、最短绕行距离和最少交叉口冲突点数量,用于求解单向交通的优化方案;下层模型为用户均衡交通量分配模型,用于计算上层模型给出的道路网中的路段交通流特征。提出路段组合、可行解判断等方法减少决策变量和解空间,设计多目标遗传算法进行求解,并以威海市数据进行实例分析。分析结果表明:在实施单向交通组织后,机动车流量与道路容量的平均比值由 0.516 1 下降至 0.487 1,平均值的方差从 0.418 9 下降至 0.379 1,机动车的平均出行时间由 27.1 min 下降至 25.4 min,单行引起的平均绕行时间仅有 0.61 min。可见,提出的模型可应用于中等城市道路网的单向交通方案设计。

关键词:交通规划;单向交通;双层规划模型;用户均衡分配;多目标遗传算法;路段组合;可行解中图分类号:U491.13 文献标志码:A

Optimization design model of one-way traffic for road network

YANG Zhong-zhen¹, WU Shan-hua¹, LUO Hong-hong², JIAO Xin-long³

- School of Transportation Management, Dalian Maritime University, Dalian 116026, Liaoning, China;
 Institute of Scientific and Technical Information of China, Beijing 100038;
- 3. School of Transportation and Logisltics, Ningbo University of Technology, Ningbo 315211, Zhejiang, China)

Abstract: In order to improve the capacity and service level of road network, a bi-level programming model for one-way traffic was put out. The objective functions of upper-level model were the minimum total trip time, the shortest bypassing distance and the least conflict point number, and the upper-level model was used to solve the optimized scheme of one-way traffic. The lower-level model was user equilibrium traffic assignment model, and was used to calculate the traffic flow characteristic of section in road network from the upper-level model. The methods such as road section combination and feasible solution judgment were put out to decrease the decision variables and the solution space, the multi-objective genetic algorithm was designed to find the solutions, and example analysis was carried out by the data in Weihai City. Analysis result indicates that after the implementation of one-way traffic, the average ratio of vehicle flow to road capacity decreases from 0.516 1 to 0.487 1, and the variance of average ratio reduces from 0.418 9 to 0.379 1. The average trip time of vehicle decreases from 27.1 min to 25.4 min, while the average circumambulated time caused by one-way traffic is only 0.61 min. It is clear that the proposed model can be used in the scheme design of one-way traffic in a medium-sized city. 10 figs, 17 refs.

收稿日期:2012-05-09

基金项目:国家自然科学基金项目(51078049);宁波市自然科学基金项目(2012A610153)

Key words: traffic planning; one-way traffic; bi-level programming model; user equilibrium assignment; multi-objective genetic algorithm; road section combination; feasible solution **Author resume:** YANG Zhong-zhen(1964-), male, professor, PhD, +86-411-84726756, yangzz@dlmu, edu, cn.

0 引 言

单向交通是一种有效的道路交通管理措施,能提高道路网的通行能力与行车速度,改善瓶颈路段与交叉口的服务水平[1]。但是,现实中单向交通方案设计多凭主观经验,候选方案数量有限,且具有较强的主观片面性。优化设计单向交通方案时大多只针对几个方案实施评价,在非常有限的候选方案中选出好的方案。

为克服这些问题,学者们进行过大量有关单向 交通组织的研究。Pei 等研究了单向交通设计及评 价问题,在总结单向交通设计一般性方法与步骤的 基础上,重点介绍了基于模糊综合评价的评价体系 与评价方法[2];王玉娥用2种方法计算了单向交通 所导致的绕行时间^[3];周德强等探讨了交通诱导与 单行交通组织2种管理手段的特点,提出了交通诱 导与单行交通组织相结合的新型应用模式,仿真分 析了两者结合的效果[4];郑淑鉴等提出一种新型的 单向交通组织设计方式,对比分析该方式与现有单 向交通组织方式的优缺点与适用范围,计算得到2 种单向交通组织方式的交通效益评价指标数据与尾 气排放数据[5]。上述研究多以方案评价为主,主要 研究的是单向交通组织的影响效果分类及评价所用 的定量分析方法,基本上未涉及单向交通组织的方 案优化设计。关于城市道路网单向交通组织方案优 化设计的研究相对较少,大多是作为解决交通疏散 问题的措施进行研究。Kim 等利用单向交通组织 的方法研究多源点疏散网络优化问题,并根据路网 规模设计了多种算法进行求解[6];严新平等研究了 大型活动后的交通疏导问题,以总疏散时间最短为 目标建立了车道单行优化问题的双层规划模型,并 利用离散粒子群算法进行求解[7];Xie 等运用单向 交通组织方法研究快速疏散问题,以总疏散时间最 短为目标建立了双层规划模型,并利用拉格朗日松 弛算法与禁忌算法相结合的方法进行求解[8]。这类 研究主要依据交通流理论来研究单向交通组织方案 的优化设计,但考虑的因素较为单一。近年来,有学 者专门针对单向交通组织方案的优化设计问题进行 研究。史峰等建立了以干道路段平均饱和度最小与

干道路段饱和度超限量最小为目标的双层规划模型,运用遗传算法求解得到支线路段的单向行车组织方案^[9];龙东方等建立了以路段饱和度超限量最小与车辆绕行系数最小为目标的双层规划模型,运用模拟退火算法得到支路路段的单向交通组织优化方案^[10]。这些研究只针对城市路网中的支路路段进行单向交通组织的优化,未从整个路网的角度考虑问题,有一定的主观性与片面性。

本文从整个城市路网的角度出发,提出能够真正处理较大规模城市路网的单向交通设计的实用方法,构建一体化的道路网单向交通组织候选方案生成与评价模型,克服原有方法具有主观性与片面性的缺点。在现有研究的基础上,本文提出以总走行时间最少、绕行距离最短与交叉口冲突点数量最少为目标的双层规划模型,设计多目标遗传算法,提出路段组合、可行解判断等减少决策变量与解空间的方法,以使模型能够应用于较大规模的城市路网。

1 模型构建

单向交通设计是个特殊的网络优化问题,管理部门对道路网进行单向交通组织,出行者根据单向交通方案,调整出行行为,选择出行路径。单向交通方案设计是典型的领导者-追随者双层决策问题,适合于双层规划模型,模型结构见图 1。在单向交通设计的双层规划问题中,上层模型提出方案,下层模型进行交通分配;上层模型为下层模型提供信息,下层模型在信息确定的环境中,按照利益或偏好反应;上层模型再根据下层模型的反应,做出符合全局利

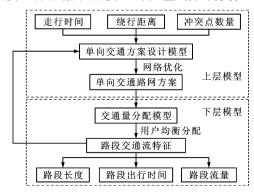


图 1 模型结构 Fig. 1 Model structure

益的决策。

(5)

1.1 上层模型

上层模型是单向交通方案设计模型,为多目标优化问题。单向交通组织可以均衡交通流在路网上的分布,提高车辆的通行速度,减少交叉口的冲突点,降低交通事故发生率。但是,单向交通组织会引起部分车辆绕行,很多车辆会增加行驶距离[11]。本文在设计单向交通方案时同时考虑上述3个要素,优化模型具有3个目标函数,分别为最小走行时间、最短绕行距离与最少交叉口冲突点数量。上层模型为

$$\min f_1 = \sum_k V_k T_k(V_k) \tag{1}$$

$$\min f_2 = \sum_{k} V_k L_k - \sum_{k} V_{k0} L_k \tag{2}$$

$$\min f_3 = \sum_m A_m \tag{3}$$

s. t.
$$V_k \geqslant 0$$
 (4)

式中: f_1 为总走行时间; f_2 为单向交通组织所导致的绕行距离; f_3 为单向交通路网中交叉口的冲突点数量; k 为路段标号; V_k 为路段 k 的交通量; $T_k(V_k)$ 为路段 k 上交通量为 V_k 时的走行时间; L_k 为路段 k 的长度; V_{k0} 为初始方案下路段 k 的交通量; m 为交叉口标号; A_m 为交叉口 m 内的冲突点数量。

前2个目标函数中的变量(路段长度、出行时 间、路段上的交通量等)是交通量分配的结果,可以 直接由下层模型中获取。第3个目标函数中的冲突 点数的计算方法为:在实施单向交通方案的道路网 中找出所有与节点 亚 对应的弧段,根据弧段的数量 判断该交叉口拥有的进口道数;根据各进口道弧段 的方向信息判断交叉口内的冲突点数。假设节点 v_m 是标准的十字交叉口,与 v_m 相连的节点有 v_i 、 v_b 、 v_d 、 v_l ,其中 v_i 与 v_m 间、 v_d 与 v_m 间是双向通行, 而 v_b 与 v_m 间、 v_l 与 v_m 间是单向通行,方向为 v_b 至 v_m 、 v_m 至 v_l 。 (v_i, v_m) 表示起点为 v_i 终点为 v_m 的弧 段,则流经 v_m 的交通流方向可分为 (v_i, v_d) 、 (v_i, v_d) (v_l) 、 (v_b, v_l) 、 (v_b, v_i) 、 (v_d, v_i) 、 (v_d, v_l) 。基于这些 交通流的方向可以构建冲突点集合 $\{(v_i,v_d),(v_b,v_b)\}$ 合中元素的个数就是交叉口的交通流冲突点数(重 复方向的除外)。

1.2 下层模型

在下层模型中,出行者根据上层模型确定的单向交通方案,选择最短路径实现出行,是标准的用户均衡的交通量分配问题。下层模型为

$$\min f_4 = \sum_{k} \int_{0}^{V_k} T_k(\omega) d\omega$$

$$s. t. \sum f_{rse} = Q_{rs} \tag{6}$$

$$f_{rse} \geqslant 0$$
 (7)

$$V_k = \sum_{r} \sum_{s} \sum_{e} f_{rse} \delta_{krse}$$
 (8)

式中: f_4 为交通量为 V_k 时的所有路段上的总走行时间; ω 为单位路段交通量; f_{rse} 出发地为 r 目的地为 s 的第 e 条路径上的交通量; Q_r 为出发地 r 与目的地 s 之间的交通量; δ_{krse} 为 0-1 决策变量, 如果路段 k 属于从出发地为 r 目的地为 s 的第 e 条路径,则 δ_{krse} 为 1, 否则为 0.

2 求解流程

一般来说,多目标问题不存在唯一最优解,多个目标不可能同时达到最优^[12-13]。在多目标问题优化中,可能的最优解被称为 Pareto 解,该解是多目标问题的一个完整解集。传统的优化技术每次只能得到解集中的一个解,而用遗传算法处理多目标问题可以得到更多的 Pareto 解^[14],遗传算法已被认为是最适合于多目标优化的求解算法。多目标遗传算法能够在一次运行中获得近似 Pareto 最优解集^[15],因此,本文拟用多目标遗传算法来求解双层模型。

由于上层模型的未知数是道路网中路段的通行方向,而即使一个中等城市的道路网都有数百乃至上千个路段,因此,决策变量的数量非常庞大,即使是使用启发式算法也很难让求解过程收敛,难以获得最优或局部最优解。在求解模型时,要尽可能减少决策变量的个数,以提高算法的求解效率。为此,本文提出了路段组合与可行解确定两种方法。

2.1 路段组合

考虑到一条道路的相邻路段应该具有相同的通行方向,因此,可以对道路网中的路段进行组合,将一条道路上相邻的几个部分组合成交通单元,将数个决策变量合并成一个决策变量,具体的组合方法与步骤可分为以下几步。

Step 1:以主干道路网构建网格,见图 2。

Step 2: 将一条道路位于相同网格的路段组合成一个交通单元,其通行方向为各路段的通行方向,见图 3。路段 a、b、c 在同一条道路上,且位于同一个网格中,则它们组成一个交通单元,通行方向为由西向东。

2.2 可行解的确定

为进一步提高求解效率,在求解前首先判断各

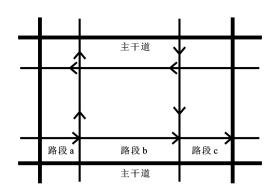


图 2 主干道

Fig. 2 Main trunk road

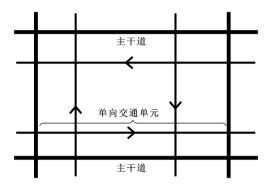


图 3 单向交通

Fig. 3 One-way traffic

交通单元是否适合单行,去掉不适合的单元可以进一步减少决策变量的个数。实际设置单向交通时,往往把两条临近且平行的道路设置成通行方向相反的单行路对,因此,可以把路段周边是否有平行的道路作为其是否适合单行的依据。在地理信息系统数据库中,首先以路段为中心建立缓冲区;然后再判断缓冲区内是否有平行的道路,如果有,则将该路段加入到适合单向通行的集合中。

2.3 求解算法

在双层规划模型中,上层模型是多目标规划问题,下层模型是用户平衡的交通量分配问题,目前尚没有理想的精确求解算法。本文开发一种嵌入Frank-Wolf算法的多目标遗传算法。多目标遗传算法是由 Deb 等于 2002 年提出[16],可同时获得多目标规划模型的多个 Pareto 优化解,而 Frank-Wolf算法则是由 Fukushima 提出的交通流分配模型的经典算法[17]。

本文所涉及的多目标遗传算法的基本要素与操作如下。

(1)编码。编码方式为:对适合单行的交通单元编号,每个单元对应染色体中的一个基因位。根据各单元的通行方向,确定染色体中相应的基因位处

的编码值。编码为 0 表示双行路,编码为 1 表示自 西至东或自北至南的单行路,编码为 2 表示自东至 西或自南至北的单行路。采用这种编码方式,可避 免当路段方向非东西向或南北向时出现不确定的编 码值。当单向交通道路的编号方法见图 4 时,其道 路单元的编码为(0,0,2,2,1,1,0,0,1,1,2,2)。

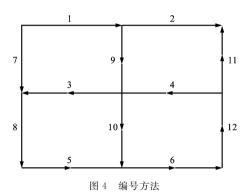


Fig. 4 Numbering method

- (2)初始种群。通过令 *n* 为 0 可得到初始种群, *n* 为迭代次数。
- (3)上层模型目标函数值。在初始种群获取的基础上,通过 Frank-Wolf 算法分配给种群中的每个个体,以获得平衡状态下各路段上的交通流特征(通行时间与交通量),进而计算每个个体中交叉口的交通流冲突点数,即

$$A_{nq} = \sum_{m} A_{nqm}$$

式中: A_{mq} 为第n次迭代时个体q中交叉口的交通流冲突点数量; A_{mqm} 为第n次迭代时个体q中第m个交叉口的交通流冲突点数量。

基于路段上的交通量、平均走行时间、路段长度 计算总走行时间与绕行距离。

(4)适应度函数。基于上层模型的3个目标函数,种群中的个体可生成3个可行解集合,并可同时根据每个个体产生的目标函数值获得其在各可行解集合中的排序大小,即产生目标函数值越小的个体,序号越大,最后综合每个个体在3个可行解集合中的排序情况,计算个体q的综合适应度值,即

$$F_q(i) = \begin{cases} [Q - R_q(i)]^2 & R_q(i) > 1 \\ Z & R_q(i) = 1 \end{cases} \tag{9}$$

 $Z = \lambda Q^2$

$$F_q = \sum_i F_q(i) \tag{10}$$

式中: $F_q(i)$ 为个体 q 对目标 i 的适应度,i=1,2,3 分别对应上层模型中的 3 个目标函数 f_1,f_2,f_3 ;Q 为种群规模; $R_q(i)$ 为个体 q 在与目标 i 相对应的可行解集合中的排列序号; F_q 为个体 q 的综合适应

度;λ 为位于(1,2)区间的常数; Z 表示当个体所产生的目标函数值最优时,为增强其适应度,对种群中表现较优的个体赋予更大的适应度,以获得更多参与进化的机会。

(5)选择操作。通过改进的轮盘赌选择法进行种群个体的选择。基于每个个体的综合适应度计算个体在种群中的综合排序情况,并根据排序进行个体的选择操作。个体 q 被选择的概率为

$$P_{q} = (F_{q}/m_{q}) / \sum_{i=1}^{Q} (F_{j}/m_{j})$$
 (11)

式中: P_q 为个体 q 被选择的概率; m_q 为按照综合适应值排序时个体 q 在种群中的排序位置。

然后,确定精英参数 S,将综合适应度最高的 S 个个体的染色体直接复制到下一代,保证最优基 因在进化过程中的延续。结合上述选择概率选择余下的个体,完成个体的选择操作。

- (6)交叉与变异操作。令 n=n+1,实施交叉、变异,获得种群的新个体。
- (7)终止规则。当算法达到预设的进化迭代次数或适应值趋于收敛时,算法自动终止。

3 计算结果分析

3.1 基础数据

本文基于威海市的道路网进行实例分析。使用的数据包括威海市的城市道路网、交通小区与机动车出行状况。威海市中心城区南北长 26 km,东西宽 23 km。城市道路网情况见图 5,共有路段 944 条,



图 5 威海市城市道路网

Fig. 5 Urban road network in Weihai City

总长度为 735 km。机动车出行状况是 2010 年居民出行调查的数据,对应的交通小区见图 6,图中数字为交通小区编号。计算时按路段组合方法将 944 个路段组合成 233 个交通单元,并进一步确定适合实施单向交通的单元,最后得到 103 个交通单元,因此,当采用多目标遗传算法求解时,1 条染色体上共有 103 个基因位。



图 6 交通小区 Fig. 6 Traffic zone

3.2 计算结果

在多目标遗传算法中,设置染色体的交叉概率为 0.5,变异概率为 0.05,最大迭代次数为 500。随着迭代次的数增加,各代中最优染色体的总走行时间见图 7,从中可以看出,在 300 次迭代以前,收敛速度较快,当迭代至 400 代时,最优染色体的总走行时间已明显趋于平稳,当迭代至 500 代时,已基本达到稳定,表明算法具有较好的收敛效果。当计算终止时,单向交通组织优化方案见图 8。根据该优化方案,共设置单行路段 231 条,这些单行

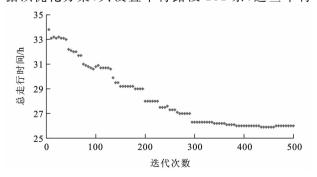


图 7 总走行时间 Fig. 7 Total trip time

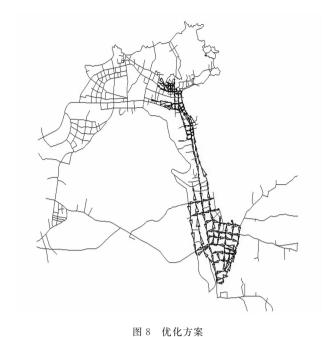


Fig. 8 Optimal scheme

路段主要集中在城市的东部地区,形成单向交通组织道路网络。

优化前后道路网机动车流量与道路容量之比的 计算结果分别见图 9、10。由图 9、10 中可以看出, 实施单向交通方案后,交通流在路网上分布得更加 均匀,各路段的使用效率均有所提高,道路的服务水 平得以改善。道路网机动车流量与道路容量之比的 平均值由 0.516 1 下降至 0.487 1,机动车流量与道

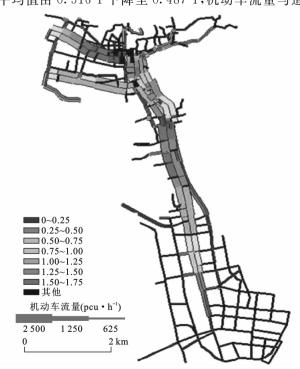


图 9 现有交通方案下的交通流分布

Fig. 9 Traffic distributions under current traffic scheme

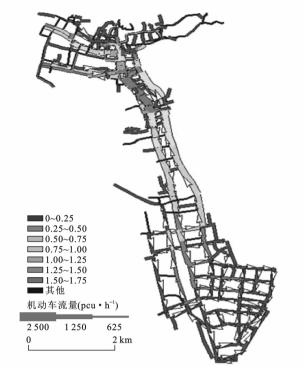


图 10 单向交通方案下的交通流分布

Fig. 10 Traffic distributions under one-way traffic scheme 路容量之比的方差从 0.418 9 下降至 0.379 1。另外,当实施单行交通组织后,机动车的平均出行时间由 27.1 min 下降至 25.4 min,而单行引起的平均绕行时间只有 0.61 min。

4 结 语

城市道路网的单向交通组织优化问题是典型的 领导者-追随者问题,双层规划模型能很好地描述这 类问题。考虑到一条道路的连续性,可以将道路上 相邻的路段组合成道路单元,这样可以极大地减少 模型中决策变量的个数,减轻在实际应用时求解模 型的计算量,有助于获得收敛的优化结果,使得模型 可以应用于实际的城市道路网的单向交通组织设计 方案。多目标遗传算法的应用,很好地解决了对上 层模型提供的方案的综合评价问题。实例分析证 明双层规划模型与多目标遗传算法能够很好解决 中等城市的道路网的单向交通方案设计问题,可 以克服城市道路网单向交通组织方案的设计主要 依靠主观经验,具有较强的主观性与片面性的缺 点。但是,在计算时,如果不进行路段组合与合 并,代表各单行路网方案的染色体的基因位数将 大大增加,求解计算很难达到收敛状态,因此,目 前的整套方法在处理大城市或特大城市时还是力 不从心,有待于进一步扩充。

参考文献:

References:

- [1] 于清杨,刘寒冰,詹 军,等.城市单向交通系统的应用研究——以长春市为例[J].城市问题,2004(2):63-65.
 - YU Qing-yang, LIU Han-bing, ZHAN Jun, et al. The applying study on urban one-way traffic system—taking Changchun City as example[J]. Urban Problems, 2004(2): 63-65. (in Chinese)
- [2] PEI Yu-long, YI Xin-miao. Urban one-way traffic organization and its evaluation [J]. Journal of Harbin Institute of Technology: New Series, 2004, 11(2): 121-124.
- [3] 王玉娥.城市道路单向交通方案技术评价研究[D].长沙: 湖南大学,2008.
 - WANG Yu-e. Research on the evaluation system of one-way roadway technology[D]. Changsha: Hunan University, 2008. (in Chinese)
- [4] 周德强,徐建闽,邵 源. 诱导与单行交通组织结合应用模式[J]. 城市交通,2007,5(6):31-35.
 - ZHOU De-qiang, XU Jian-min, SHAO Yuan. An operational pattern of one-way street system with traffic guidance[J]. Urban Transport of China, 2007, 5(6): 31-35. (in Chinese)
- [5] 郑淑鉴,徐建闽,崔俊峰,等.一类特殊功能型小区的单向交通组织优化设计方法[J].交通信息与安全,2010,28(2):79-83. ZHENG Shu-jian, XU Jian-min, CUI Jun-feng, et al. An improved design method of one-way traffic organization for special area[J]. Journal of Transport Information and Safety, 2010, 28(2): 79-83. (in Chinese)
- [6] KIM S, SHEKHAR S, MIN M. Contraflow transportation network reconfiguration for evacuation route planning [J].

 IEEE Transaction on Knowledge and Data Engineering, 2008, 20(8): 1115-1129.
- [7] 严新平,吕能超,刘正林,等. 大型活动后车道单行优化的双层规划[J]. 西南交通大学学报,2009,44(1):112-117.
 YAN Xin-ping, LU Neng-chao, LIU Zheng-lin, et al. Bi-level programming for optimization of contraflow lanes after massive activities [J]. Journal of Southwest Jiaotong University,

2009, 44(1): 112-117. (in Chinese)

- [8] XIE Chi, LIN Dung-ying, WALLER S.T. A dynamic evacuation network optimization problem with lane reversal and crossing elimination strategies[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Reviews, 2010, 46(3): 295-316.
- [9] 史峰,黄恩厚,陈群,等.城市微循环交通网络中单行交通组织优化[J].交通运输系统工程与信息,2009,9(4):30-35.

- SHI Feng, HUANG En-hou, CHEN Qun, et al. Optimization of one-way traffic organization for urban micro-circulation transportation network [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2009, 9(4): 30-35. (in Chinese)
- [10] 龙东方,史 峰,王英姿.基于道路负荷与公平性的单向交通 组织优化[J].交通运输系统工程与信息,2010,10(6): 109-114.
 - LONG Dong-fang, SHI Feng, WANG Ying-zi. One-way traffic organization based on traffic load and road equity[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2010, 10(6): 109-114. (in Chinese)
- [11] EBBEN M, VAN DER ZEE DJ, VAN DER HEIJDEN M. Dynamic one-way traffic control in automated transportation systems[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2004, 38(5): 441-458.
- [12] 陈南祥,李跃鹏,徐晨光. 基于多目标遗传算法的水资源优化配置[J]. 水利学报,2006,37(3):308-313.
 CHEN Nan-xiang, LI Yue-peng, XU Chen-guang. Optimal deployment of water resources based on multi-objective genetic algorithm[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, 37(3): 308-313. (in Chinese)
- [13] 李绍军,王 惠,钱 锋.多目标遗传算法及其在化工领域的应用[J]. 计算机与应用化学,2003,20(6):755-760.

 LI Shao-jun, WANG Hui, QIAN Feng. Multi-objective genetic algorithm and its applications in chemical engineering[J].

 Computers and Applied Chemistry, 2003, 20(6): 755-760.

 (in Chinese)
- [14] 李玉榕,项国波. 一种基于多目标遗传算法的非线性控制器[J]. 计算机仿真,2004,21(5):61-63. LI Yu-rong, XIANG Guo-bo. A nonlinear controller based on multi-objective genetic algorithms[J]. Computer Simulation, 2004, 21(5): 61-63. (in Chinese)
- [15] 赖红松,董品杰,祝国瑞.求解多目标规划问题的 Pareto 多目标遗传算法[J]. 系统工程,2003,21(5):24-28.

 LAI Hong-song, DONG Pin-jie, ZHU Guo-rui. A Pareto multi-objective genetic algorithm for multi-objective programming problem[J]. Systems Engineering, 2003, 21(5): 24-28. (in Chinese)
- [16] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [17] FUKUSHIMA M. A modified Frank-Wolfe algorithm for solving the traffic assignment problem [J]. Transportation Research Part B. Methodological, 1984, 18(2): 169-177.